Übung 12 Vektoren Komponentendarstellung

Lernziele

- mit der Komponentendarstellung von Vektoren umgehen können.
- Vektoren, die durch ihre Komponenten gegeben sind, addieren, subtrahieren, mit Zahlen multiplizieren und deren Betrag bestimmen können.
- Aufgabenstellungen bearbeiten können, die für Sie neu sind.

Aufgaben

1. a) *Papula* Aufgabe 128/1 (Seite 128, Aufgabe 1) ohne Teilaufgabe d)
   b) *Papula* Aufgabe 128/2
   c) *Papula* Aufgabe 128/3
   d) *Papula* Aufgabe 128/4
   e) *Papula* Aufgabe 129/5
   f) *Papula* Aufgabe 129/6
   g) *Papula* Aufgabe 129/7
   h) *Papula* Aufgabe 129/9

2. Gegeben sind die folgenden Vektoren:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie die Komponenten des Vektors $\vec{d} = 3\,\vec{a} - 2\,\vec{b} - \vec{c}$

3. Gegeben sind die folgenden Vektoren:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad \vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie die Komponenten des Vektors $\vec{d} = \vec{a} + 2\,\vec{b} - \frac{1}{2}\,\vec{c}$

4. Finden Sie x, y und z, so dass gilt:

a) $\begin{pmatrix} x \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ x+y \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = x \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

5. Von einem Parallelogramm sind die Koordinaten von drei aufeinandefolgenden Eckpunkte A, B, C gegeben. Bestimmen Sie die Koordinaten des vierten Eckpunktes D:

a)	A(8|-5)	B(-1|-4)	C(0|4)
b)	A(-1|8|2)	B(4|5|-1)	C(2|7|1)

6. Bestimmen Sie die Koordinaten des Mittelpunktes der Strecke AB.

a)	A(3|-6)	B(-4|2)
b)	A(-2|3|-8)	B(5|-2|-1)

7. Bestimmen Sie x so, dass die Punkte A(5|-6), B(-7|-3) und C(x|5) auf einer Geraden liegen.

8. Gegeben sind die folgenden Vektoren:

$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\vec{c} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\vec{d} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

Bestimmen Sie den Wert der Komponente k, damit die folgenden beiden Vektoren parallel sind:

a) $2\,\vec{a} - \frac{1}{2}\,\vec{b} + 3\,\vec{c} - 4\,\vec{d}$ und $\begin{pmatrix} -4 \\ k \end{pmatrix}$

b) $3\,\vec{a} - \frac{1}{2}\,\vec{b} + 2\,\vec{c} - 3\,\vec{d}$ und $\begin{pmatrix} k \\ 1 \end{pmatrix}$

9. Gegeben ist der Spat ABCD/EFGH durch
A(3|-1|2), B(2|1|5), D(-1|2|-4) und E(5|4|0).

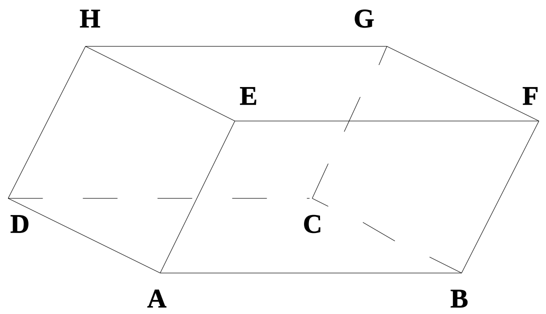
a) Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes G.

b) Bestimmen Sie die Komponenten der folgenden Vektoren:

i) $\overrightarrow{HC}$

ii) $\overrightarrow{GM}_{AC}$

iii) $\overrightarrow{HM}_{BF}$



Literatur

Papula 2.1, 2.2 (Seiten 52-59)
2.4 (Seiten 65-67)
3.1, 3.2 (Seiten 68-75)

Lösungen

1. siehe Lehrbuch *Papula*

2. $\vec{d} = \begin{pmatrix} -13 \\ 9 \end{pmatrix}$

3. $\vec{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$

4. a) $x = 2,\ y = 1$
   b) $x = 2,\ y = 3,\ z = -2$

5. $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OA} + \left(\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}\right)$

   a) $\overrightarrow{OD} = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \end{pmatrix}$ D(9|3)

   b) $\overrightarrow{OD} = \begin{pmatrix} -3 \\ 10 \\ 4 \end{pmatrix}$ D(-3|10|4)

6. $\overrightarrow{OM}_{AB} = \overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}\right) = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right)$

   a) $\overrightarrow{OM}_{AB} = \begin{pmatrix} -1/2 \\ -2 \end{pmatrix}$ M_{AB} (-1/2 | -2)

   b) $\overrightarrow{OM}_{AB} = \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1/2 \\ -9/2 \end{pmatrix}$ M_{AB} (3/2 | 1/2 | -9/2)

7. Der Vektor $\overrightarrow{AB}$ muss ein Vielfaches des Vektors $\overrightarrow{BC}$ sein.
   $x = -39$

8. Der eine Vektor muss ein Vielfaches des anderen Vektors sein.
   a) $k = 6$
   b) $k = 2$

9. a) $\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AG} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AD}$
   $= \overrightarrow{OA} + \left(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}\right) + \left(\overrightarrow{OE} - \overrightarrow{OA}\right) + \left(\overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA}\right)$

   $\overrightarrow{OG} = \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \\ -3 \end{pmatrix}$ G(0|9|-3)

   b) i) $\overrightarrow{HC} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AE} = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}$

   ii) $\overrightarrow{GM}_{AC} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AE} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ -15/2 \\ 7/2 \end{pmatrix}$

   iii) $\overrightarrow{HM}_{BF} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AE} = \begin{pmatrix} 2 \\ -7/2 \\ 10 \end{pmatrix}$