Übung 11 Vektoren
Definition, Addition, Subtraktion, Multiplikation mit Skalar

Lernziele

- verstehen, was ein Vektor ist.
- wissen, wie man einen Vektor kennzeichnet bzw. schreibt.
- die folgenden **Begriffe** verstehen, d.h. erklären können, wie sie definiert sind bzw. was sie bedeuten:
  Skalar, Betrag, Nullvektor, Einheitsvektor, Ortsvektor, parallel, anti-parallel, kollinear, Gegenvektor, Summenvektor, Differenzvektor
- wissen, wie die **Addition** zweier Vektoren definiert ist.
- verstehen, dass die Vektoraddition sowohl das Kommutativ- als auch das Assoziativgesetz erfüllt.
- wissen, wie die **Subtraktion** zweier Vektoren definiert ist.
- wissen, wie die **Multiplikation** eines Vektors **mit einer Zahl** definiert ist.

Aufgaben

Literaturstudium

Studieren Sie im Lehrbuch *Papula* vom Kapitel *II Vektoralgebra* das erste Unterkapitel *1 Grundbegriffe* (Seiten 43-51).
Lösen Sie gleichzeitig die Aufgaben 1 bis 3, wenn Sie zu den in Klammern stehenden Textstellen gelangt sind.
Lassen Sie die folgenden Textstellen weg:
- Seite 44 Mitte: "In den Anwendungen ..." bis "... zugeordnet wird)."
- Seite 51 unten: Beispiel (2) (c)

1. (Seite 44 Mitte, am Ende des Abschnittes *1.1 Definition eines Vektors*)
   Erklären Sie, warum man das, was man "Orts**vektor**" nennt, korrekterweise als "Orts**pfeil**" bezeichnen müsste.

2. (Seite 48 oben, nach der Formel (II-2))
   Erklären Sie grafisch, d.h. durch Aufzeichnen von Pfeilen, dass die Vektoraddition das Kommutativgesetz und das Assoziativgesetz erfüllt.

3. (Seite 48 oben, nach dem Bild II-12)
   Im Text und im Bild II-12 wird erklärt, wie man mehrere Vektoren grafisch addiert.
   Prüfen Sie diese Methode selber nach, d.h. vergewissern Sie sich durch Aufzeichnen von Pfeilen, dass die genannte Methode korrekt ist.

Übungsaufgaben

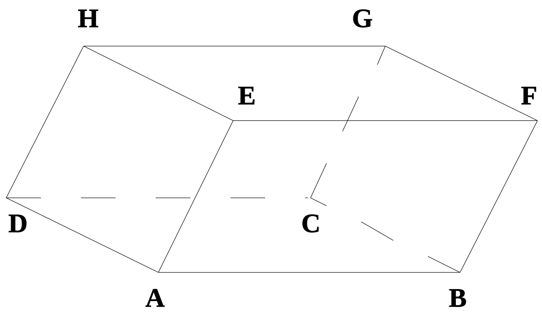
4. Gegeben sind drei beliebige Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ in einer Ebene.
   a) Zeichnen Sie die drei Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$.
   b) Zeichnen Sie den Vektor $\vec{d} = \vec{a} - 2\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$
   c) Zeichnen Sie den Vektor $\vec{e}$ so, dass er die Beziehung $\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{e} = \vec{c}$ erfüllt.

5. Gegeben ist ein Parallelogramm ABCD mit $\vec{AB} = \vec{a}$ und $\vec{AD} = \vec{b}$.
   Drücken Sie die folgenden Vektoren durch $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aus:
   a) $\vec{AC}$
   b) $\vec{CB}$
   c) $\vec{BD}$

6. (siehe Seite 2)

7. * (siehe Seite 2)

6. Gegeben ist ein Spat ABCD/EFGH mit $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{AD} = \vec{b}$ und $\vec{AE} = \vec{c}$.



Drücken Sie die folgenden Vektoren durch $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ aus:

a) $\vec{HC}$

b) $\vec{GM}_{AC}$

c) $\vec{HM}_{BF}$

7. * $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ seien die Vektoren von den Eckpunkten eines Dreiecks zum Schwerpunkt.
Beweisen Sie, dass gilt: $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = \vec{0}$

Lösungen

1. Ein Vektor ist eine Menge unendlich vieler Pfeile, die alle die gleiche Richtung und den gleichen Betrag haben. Man kann daher einem Vektor keine Lage im Raum bzw. einen Anfangspunkt zuordnen. Nur ein einzelner Pfeil, d.h. ein einzelner Repräsentant des Vektors, besitzt einen Anfangspunkt.
   Ein Pfeil, der einen bestimmten Anfangspunkt, z.B. den Koordinatenursprung, haben soll, sollte also korrekterweise als **Pfeil** und nicht als **Vektor** bezeichnet werden.

2. …

3. …

4. …

5. a) $\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$
   b) $\overrightarrow{CB} = -\vec{b}$
   c) $\overrightarrow{BD} = -\vec{a} + \vec{b}$

6. a) $\overrightarrow{HC} = \vec{a} - \vec{c}$
   b) $\overrightarrow{GM}_{AC} = -\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c}$
   c) $\overrightarrow{HM}_{BF} = \vec{a} - \vec{b} - \frac{1}{2}\vec{c}$

7. * …