

Aufgaben 12 Funktionen mehrerer Variablen Richtungsableitungen, Lokale Extrema, Sattelpunkte

Lernziele

- eine erste Richtungsableitung einer Funktion von zwei Variablen bestimmen können.
- die Zusammenhänge zwischen der Steigung des Grafen, der Richtung des Gradienten und der Ausrichtung der Niveaulinie an einer bestimmten Stelle bei einer Funktion von zwei Variablen kennen und verstehen.
- eine zweite Richtungsableitung einer Funktion von zwei Variablen mit Hilfe der Hesse-Matrix bestimmen können.
- alle lokale Maxima, lokale Minima und Sattelpunkte einer Funktion von zwei Variablen bestimmen können.

Aufgaben

12.1 Bestimmen Sie für die angegebenen Funktionen f die ...

- ... **erste** Richtungsableitung an der Stelle $(x_0, y_0) = (1, -1)$ in Richtung $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$:
 - ... **zweite** Richtungsableitung an der Stelle $(x_0, y_0) = (1, -1)$ in die Richtungen $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ und $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$:
- $f(x, y) = x^2 + 8y$
 - $f(x, y) = x^3 - x^2y + y^2$

12.2 Bearbeiten Sie im Lehrbuch Papula 2 die folgende Aufgabe:
24 (Seite 335)

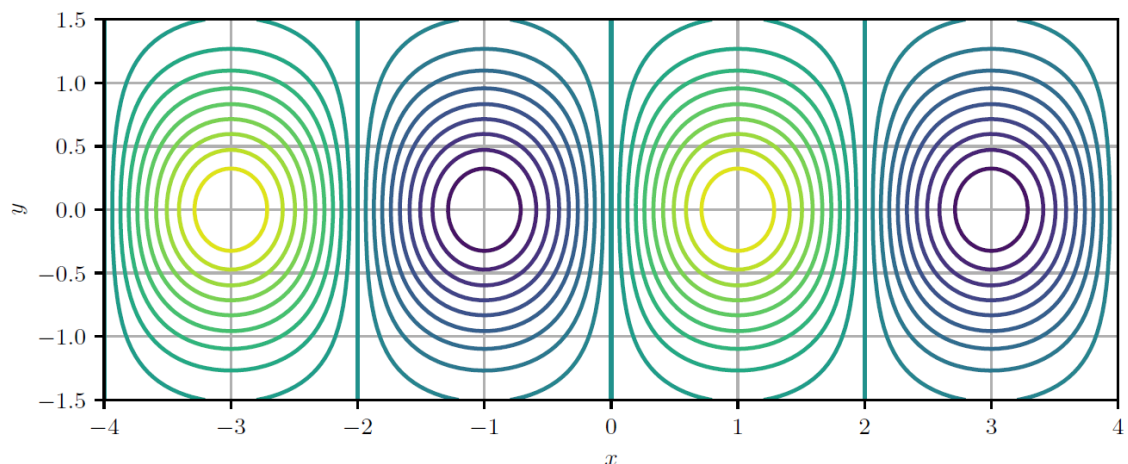
Hinweis:

- Im Lehrbuch Papula 2 wird die Determinante der Hesse-Matrix mit Δ bezeichnet, also $\Delta := \det(H(x, y))$

12.3 Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen alle lokalen Extrema und Sattelpunkte:

- $f(x, y) = y^3 + x^2y - 3y + 8$
- $f(x, y) = 3x^2y + y^3 - 27y + 4$

12.4 Gegeben ist der folgende Plot mit Niveaulinien einer Funktion $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, welcher mit Python/Numpy mit dem Befehl `contour` unter Verwendung der Standardfarbskala erzeugt wurde (gelb: hohe Werte, violett: tiefe Werte):



(Fortsetzung siehe nächste Seite)

Beurteilen Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.
Kreuzen Sie das entsprechende Kästchen an.

	wahr	falsch
a) f hat bei $(1,0)$ ein lokales Maximum.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b) f hat bei $(2,0)$ einen Sattelpunkt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c) Der Gradient von f bei $(-1,0)$ ist der Nullvektor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d) Bei $(1,1.25)$ zeigt der Gradient von f in Richtung der positiven x -Achse.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e) Der Gradient von f ist bei $(-1,1.25)$ länger als bei $(-2,0.5)$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

12.5 Führen Sie in Moodle den [Test 12](#) durch.

Lehrbuch Papula 2

III Differential- und Integralrechnung für Funktionen von mehreren Variablen

2 Partielle Differentiation

2.5 Anwendungen

2.5.3 Relative oder lokale Extremwerte (Seiten 245 bis 251)