

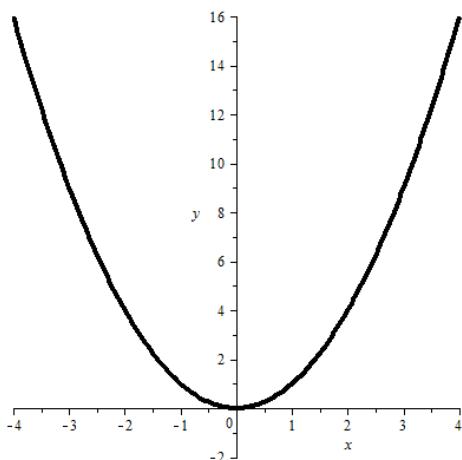
Quadratische Funktion

Definition

$f: D \rightarrow \mathbb{R}$	$(D \subseteq \mathbb{R})$
$x \mapsto y = f(x) = ax^2 + bx + c$	$(a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, b \in \mathbb{R}, c \in \mathbb{R})$
	Allgemeine Form
$y = f(x) = a(x - u)^2 + v$	$(a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, u \in \mathbb{R}, v \in \mathbb{R})$
	Scheitelpunktsform

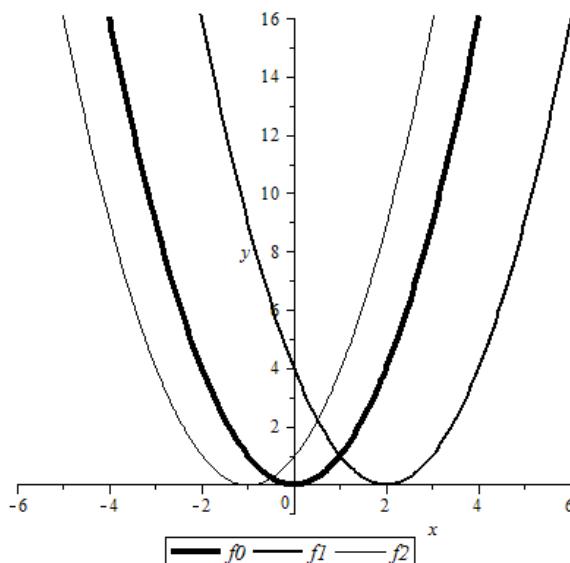
Graf

1. $y = f(x) = x^2$ $(a = 1, u = 0, v = 0)$



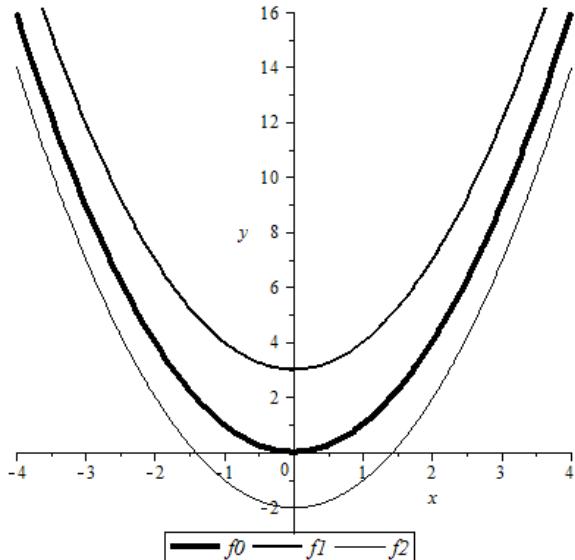
2. Parameter u (u wird verändert, a und v werden konstant gehalten)

$$\begin{aligned} y = f_0(x) &= x^2 & (a = 1, u = 0, v = 0) \\ y = f_1(x) &= (x - 2)^2 & (a = 1, u = 2, v = 0) \\ y = f_2(x) &= (x + 1)^2 & (a = 1, u = -1, v = 0) \end{aligned}$$



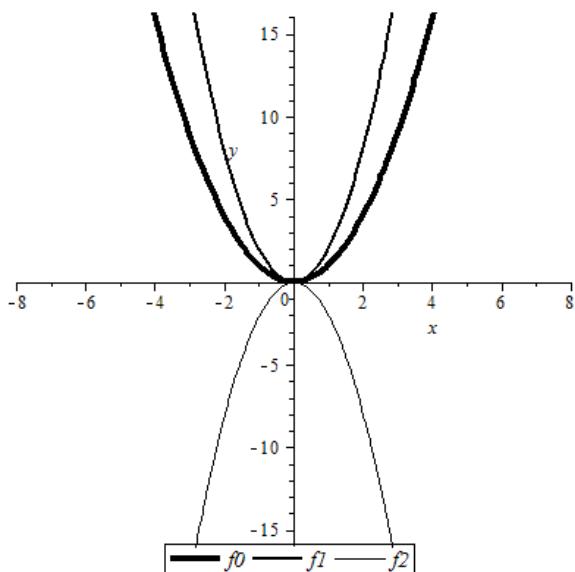
3. Parameter **v** (**v wird verändert**, a und u werden konstant gehalten)

$$\begin{aligned} y &= f_0(x) = x^2 & (a = 1, u = 0, v = 0) \\ y &= f_1(x) = x^2 + 3 & (a = 1, u = 0, v = 3) \\ y &= f_2(x) = x^2 - 2 & (a = 1, u = 0, v = -2) \end{aligned}$$



4. Parameter **a** (**a wird verändert**, u und v werden konstant gehalten)

$$\begin{aligned} y &= f_0(x) = x^2 & (a = 1, u = 0, v = 0) \\ y &= f_1(x) = 2x^2 & (a = 2, u = 0, v = 0) \\ y &= f_2(x) = -2x^2 & (a = -2, u = 0, v = 0) \end{aligned}$$



5. Parameter **a** (a wird verändert, u und v werden konstant gehalten)

$$y = f_0(x) = x^2$$

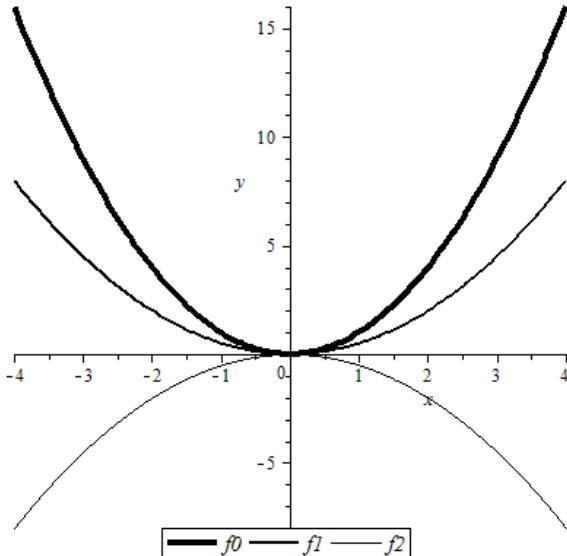
$$y = f_1(x) = \frac{1}{2}x^2$$

$$y = f_2(x) = -\frac{1}{2}x^2$$

$$(a = 1, u = 0, v = 0)$$

$$(a = \frac{1}{2}, u = 0, v = 0)$$

$$(a = -\frac{1}{2}, u = 0, v = 0)$$



6. Der **Graf** einer quadratischen Funktion ist eine **Parabel**.

Der Parameter **a** bestimmt die **Form** der Parabel und ob die Parabel nach oben oder nach unten geöffnet ist.

Die Parameter **u** und **v** bestimmen die **Lage** der Parabel. Sie sind die Koordinaten des **Scheitelpunktes** S der Parabel: S(u|v)

$$y = f_0(x) = x^2$$

$$(a = 1, u = 0, v = 0)$$

$$S(0|0)$$

$$y = f_1(x) = 2(x - 2)^2 - 4$$

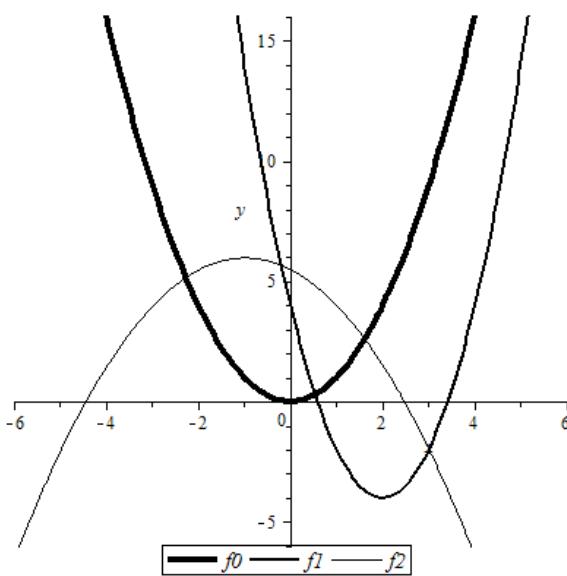
$$(a = 2, u = 2, v = -4)$$

$$S(2|-4)$$

$$y = f_2(x) = -\frac{1}{2}(x + 1)^2 + 6$$

$$(a = -\frac{1}{2}, u = -1, v = 6)$$

$$S(-1|6)$$

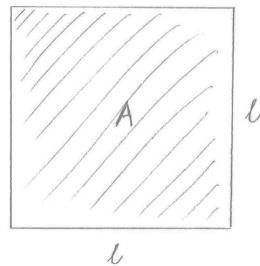


Beispiele

1. Natur/Physik: Bahnkurve von Wasser in einem Brunnen



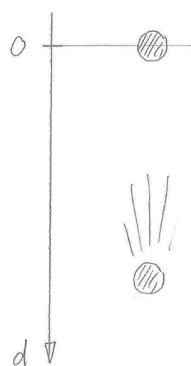
2. Geometrie: Quadrat



Flächeninhalt A bei Seitenlänge l : $A = l^2$

$$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R} \\ l \mapsto A = f(l) = l^2 \quad \text{quadratische Funktion}$$

3. Physik: Freier Fall



Distanz d nach der Zeit t : $d = \frac{1}{2}gt^2$ (g = Gravitationsfeldstärke)

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ t \mapsto d = f(t) = \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{quadratische Funktion}$$

4. Wirtschaft: Angebot, Nachfrage