

Aufgaben 15 Bestimmtes Integral Bestimmtes Integral, Fläche unter einer Kurve, Konsumenten-/ Produzentenrente

Lernziele

- den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung anwenden können.
- ein bestimmtes Integral einer konstanten Funktion, einer elementaren Potenzfunktion und einer elementaren Exponentialfunktion bestimmen können.
- den Flächeninhalt zwischen dem Grafen einer elementaren Potenzfunktion und der Abszissenachse bestimmen können.
- eine Konsumenten- und Produzentenrente bestimmen können, wenn die Nachfrage- und Angebotsfunktion elementare Potenzfunktionen sind.

Aufgaben

15.1 Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale:

- | | | |
|---|---|--|
| a) $\int_3^4 (2x - 5) dx$ | b) $\int_0^1 (x^3 + 2x) dx$ | c) $\int_{-5}^{-3} \left(\frac{1}{2}x^2 - 4\right) dx$ |
| d) $\int_2^4 \left(x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x - 4\right) dx$ | e) $\int_{-2}^2 \left(-\frac{1}{8}x^4 + 2x^2\right) dx$ | f) $\int_{-1}^1 e^x dx$ |
| g) $\int_0^1 e^{2x} dx$ | h) $\int_{-1}^1 e^{-3x} dx$ | |

15.2 Bestimmen Sie den Flächeninhalt zwischen dem Grafen der Funktion f und der x -Achse im Intervall, auf welchem sich der Graf von f oberhalb der x -Achse befindet, d.h. wo $f(x) \geq 0$.

- | | |
|----------------------|----------------------------|
| a) $f(x) = -x^2 + 1$ | b) $f(x) = x^3 - x^2 - 2x$ |
|----------------------|----------------------------|

Hinweise:

- Bestimmen Sie zuerst die Stellen x , wo der Graf von f die x -Achse berührt oder schneidet, d.h. wo $f(x) = 0$
- Bestimmen Sie dann das Intervall, auf welchem sich der Graf von f oberhalb der x -Achse befindet, d.h. wo $f(x) \geq 0$

15.3 Die Nachfragefunktion für ein Produkt ist $p = f_N(x) = (100 - 4x^2)$ CHF. Die Gleichgewichtsmenge beträgt 4 Einheiten.

Bestimmen Sie die Konsumentenrente.

15.4 Die Nachfragefunktion für ein Produkt ist $p = f_N(x) = (34 - x^2)$ CHF. Der Gleichgewichtspreis beträgt 9 CHF.

Bestimmen Sie die Konsumentenrente.

15.5 Angenommen, die Angebotsfunktion für eine Ware oder Dienstleistung ist $p = f_A(x) = (4x^2 + 2x + 2)$ CHF, und der Gleichgewichtspreis beträgt 422 CHF.

Bestimmen Sie die Produzentenrente.

15.6 (siehe nächste Seite)

- 15.6 Die Angebotsfunktion f_A und die Nachfragefunktion f_N für ein bestimmtes Produkt oder eine bestimmte Dienstleistung lauten wie folgt:

$$p = f_A(x) = (x^2 + 4x + 11) \text{ CHF}$$

$$p = f_N(x) = (81 - x^2) \text{ CHF}$$

Bestimmen Sie ...

- a) ... das Marktgleichgewicht, d.h. die Gleichgewichtsmenge und den Gleichgewichtspreis.
- b) ... die Konsumentenrente.
- c) ... die Produzentenrente.

- 15.7 Entscheiden Sie, welche Aussagen wahr oder falsch sind. Kreuzen Sie das entsprechende Kästchen an. In jeder Aufgabe a) bis c) ist genau eine Aussage wahr.

- a) Das bestimmte Integral einer Funktion ist ...

- ☐ ... eine reelle Zahl.
- ☐ ... eine Funktion.
- ☐ ... eine Menge von Funktionen.
- ☐ ... ein Graf.

- b) $\int_a^b f(x) dx$...

- ☐ ... = $f(b) - f(a)$
- ☐ ... = $F(a) - F(b)$ wobei F eine Stammfunktion von f ist.
- ☐ ... ist gleich dem Flächeninhalt zwischen dem Grafen von f und der x -Achse auf dem Intervall $a \leq x \leq b$ falls $f(x) \geq 0$ auf dem Intervall $a \leq x \leq b$.
- ☐ ... kann nicht berechnet werden, wenn nicht alle Stammfunktionen von f bekannt sind.

- c) Die Konsumentenrente ist ein Flächeninhalt zwischen ...

- ☐ ... den Grafen von Nachfrage- und Angebotsfunktion.
- ☐ ... der x -Achse und dem Grafen der Nachfragefunktion.
- ☐ ... dem Grafen der Nachfragefunktion und der horizontalen Linie "Preis = Gleichgewichtspreis".
- ☐ ... der horizontalen Linie "Preis = Gleichgewichtspreis" und dem Grafen der Angebotsfunktion.