

Aufgaben 4

Lineare Funktion und Gleichungen Lineare Gleichungen

Lernziele

- eine lineare Gleichung lösen können.
- die Lösungsmenge einer linearen Gleichung bestimmen können.
- eine lineare Gleichung mit Parametern lösen können.
- eine Fallunterscheidung durchführen können.
- angewandte Problemstellungen aus dem Bereich Volks- und Betriebswirtschaft mit Hilfe von linearen Gleichungen bearbeiten können.

Aufgaben

4.1 Bestimmen Sie die Lösungsmengen der folgenden Gleichungen:

- $19x - 32 + 17x = 18x - 30 + 16x - 4$
- $25x - 16 - 9x = 20 + 24x - 10 - 10x$
- $105 - 72x - 53 - 69 = 55x + 43x - 23 - 170x + 6$
- $56x - 43 - 52 - 19x = 7 - 72x - 56x + 165x - 112$

4.2 Bestimmen Sie die Lösungsmengen der folgenden Gleichungen:

- $22(x - 11) - 5(x - 40) = 110 - (x + 53)$
- $184 - 6(x - 24) = 214 - 3(2x - 38)$
- $(x - 5)(x - 2) = (x - 4)(x - 3)$
- $5x(x - 1) - (2x + 3)^2 - (x - 5)(x + 3) - 6 = 0$

4.3 Bestimmen Sie die Lösungsmengen der folgenden Gleichungen:

- $\frac{x+3}{5} = \frac{2x-8}{3}$
- $\frac{x+3}{4} + \frac{1-3x}{7} = 0$
- $\frac{2}{x-1} = \frac{1}{x-2}$
- $\frac{x}{x-1} = \frac{x-1}{x-2}$

4.4 Die folgenden Gleichungen sind Gleichungen in der Variablen x . Sie enthalten jedoch Parameter a und b . Deshalb hängen die Lösungsmengen der Gleichungen von den Werten dieser Parameter ab.

Lösen Sie die Gleichungen nach x , und bestimmen Sie die Lösungsmengen.

Berücksichtigen Sie dabei, dass die Parameter a und b beliebige reelle Zahlen sein können.

- $x(a - 3) = a$

Hinweise:

- Möglicherweise möchten Sie beide Seiten der Gleichung durch $a - 3$ dividieren. Dies ist jedoch nicht erlaubt, falls $a - 3 = 0$, d.h. falls $a = 3$, da eine Division durch 0 nicht definiert ist.
- Betrachten Sie beim Lösen der Gleichung die beiden Fälle $a \neq 3$ und $a = 3$.

- $(x + 1)(b - 2) = 2bx$
- (siehe nächste Seite)

c) $(a - b)x = a$

- 4.5 Der Graf einer linearen Funktion hat die Steigung a und enthält den Punkt P.
Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der linearen Funktion.

- a) $a = -5$ $P(5|3)$
b) $a = 2$ $P(3|0)$
c) $a = 0$ $P(2|3)$

- 4.6 Alps Bikes verwendet die Formel $B(t) = (-400t + 5000)$ CHF, um den Buchwert $B(t)$ eines Mountain Bikes nach der Zeit t nach dem Kauf zu bestimmen (t = Anzahl Jahre nach dem Kauf).
- a) Erklären Sie die Bedeutung der beiden Zahlen -400 und 5000.
b) Bestimmen Sie, wie lange es geht, bis das Mountain Bike vollständig entwertet ist.

- 4.7 Zwei Artikel A und B werden linear abgeschrieben:

Artikel A	Anfangswert = 200 CHF
	Abschreibung = 16 CHF/Jahr
Artikel B	Anfangswert = 240 CHF
	Abschreibung = 32 CHF/Jahr

- a) Bestimmen Sie, wie lange es geht, bis die beiden Artikel vollständig abgeschrieben sind.
b) Bestimmen Sie, nach welcher Zeit die beiden Artikel den gleichen Wert besitzen.

Hinweis:

- Betrachten Sie den zeitlichen Verlauf der Werte der Artikel als lineare Funktionen.

- 4.8 Entscheiden Sie, welche Aussagen wahr oder falsch sind. Kreuzen Sie das entsprechende Kästchen an.
In jeder Aufgabe a) bis c) ist genau eine Aussage wahr.

- a) Die Lösungsmenge einer linearen Gleichung ...
- ... enthält immer mindestens ein Element.
 ... enthält nie zwei Elemente.
 ... enthält genau ein Element, falls die lineare Gleichung einer konstanten Funktion entspricht.
 ... kann nicht die leere Menge sein.
- b) Wenn eine lineare Gleichung genau eine Lösung hat, dann ...
- ... schneidet der Graf der entsprechenden linearen Funktion die x-Achse.
 ... enthält die Gleichung keine Parameter.
 ... ist die Lösung sicher eine ganze Zahl.
 ... kann keine andere lineare Gleichung die gleiche Lösung haben.
- c) Wenn $x = 2$ eine Lösung einer linearen Gleichung ist, dann kann gefolgert werden, dass ...
- ... $x = 3$ keine Lösung ist.
 ... der Graf der entsprechenden linearen Funktion die x-Achse an der Stelle $x = 2$ schneidet.
 ... $P(2|0)$ ein Punkt auf dem Grafen der entsprechenden linearen Funktion ist.
 ... $P(0|2)$ ein Punkt auf dem Grafen der entsprechenden linearen Funktion ist.

Lösungen

- 4.1 a) $L = \{-1\}$ b) $L = \{13\}$
 c) $L = \mathbb{R}$ d) $L = \{ \}$

- 4.2 a) $L = \left\{ \frac{11}{2} \right\}$ b) $L = \mathbb{R}$
 c) $L = \{ \}$ d) $L = \{0\}$

- 4.3 a) $L = \{7\}$ b) $L = \{5\}$
 c) $L = \{3\}$ d) $L = \{ \}$

- 4.4 a) falls $a = 3$: keine Lösung \Rightarrow $L = \{ \}$
 falls $a \neq 3$: $x = \frac{a}{a-3}$ \Rightarrow $L = \left\{ \frac{a}{a-3} \right\}$
 b) falls $b = -2$: keine Lösung \Rightarrow $L = \{ \}$
 falls $b \neq -2$: $x = \frac{b-2}{b+2}$ \Rightarrow $L = \left\{ \frac{b-2}{b+2} \right\}$
 c) falls $a = b = 0$: $x \in \mathbb{R}$ \Rightarrow $L = \mathbb{R}$
 falls $a = b \neq 0$: keine Lösung \Rightarrow $L = \{ \}$
 falls $a \neq b$: $x = \frac{a}{a-b}$ \Rightarrow $L = \left\{ \frac{a}{a-b} \right\}$

- 4.5 a) $y = f(x) = -5x + 22$

Hinweise:

- Die Funktionsgleichung einer linearen Funktion lautet $y = f(x) = ax + b$
- $P(5|3)$ ist ein Punkt auf dem Grafen der linearen Funktion. Daher müssen die Koordinaten von P die Funktionsgleichung der linearen Funktion erfüllen, d.h. $-3 = f(5) = a \cdot 5 + b$

- b) $y = f(x) = 2x - 6$
 c) $y = f(x) = 3$

- 4.6 a) Die Zahl -400 gibt an, dass der Wert des Mountain Bikes jährlich um 400 CHF abnimmt.
 Die Zahl 5000 gibt an, dass der Anfangswert des Mountain Bikes 5000 CHF beträgt.

- b) 12.5 Jahre

Hinweis:

- Vollständige Entwertung bis zum Zeitpunkt t bedeutet $B(t) = 0$.

- 4.7 a) Artikel A: 12.5 Jahre
 Artikel B: 7.5 Jahre
 b) 2.5 Jahre

- 4.8 a) 2. Aussage
 b) 1. Aussage
 c) 3. Aussage