Aufgaben 5 Lineare Funktion und Gleichungen
Lineare Gleichungssysteme

Lernziele

- ein lineares Gleichungssystem lösen können.
- angewandte Problemstellungen mit Hilfe von linearen Gleichungssystemen bearbeiten können.

Aufgaben

5.1 Lösen Sie die folgenden Gleichungssysteme:

a) $4x + 3y = 14$
$2x - y = 12$

b) $-4a - b = 40$
$a + 5b = 9$

c) $12x + 9y = 15$
$4x + 3y = 5$

d) $a - 4b = 3$
$-5a + 20b = 10$

e) $2p - 6q = 6$
$5p + 3q = 42$

f) $(x + 5)(y + 1) = (x + 8)(y - 3)$
$(x - 3)(y - 1) = (x - 1)(y + 3)$

g) $2(2a + 3b) = 3(3a - b) + 5$
$4(3a - 4b) = 2(a + b) - 10$

5.2 Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der linearen Funktion, deren Graf die zwei Punkte P und Q enthält:

a) $P(5|-3)$ $Q(-2|1)$

b) $P(2|-3)$ $Q(-1|-4)$

c) $P(3|-7)$ $Q(3|-9)$

5.3 Bestimmen Sie den Schnittpunkt der Grafen der beiden linearen Funktionen f und g:

a) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto y = f(x) = -3x + \frac{5}{4}$ $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto y = g(x) = -x - 1$

b) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto y = f(x) = 2x + \frac{5}{4}$ $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto y = g(x) = 2x - 1$

5.4 Sport-Manager A sagt zu Sport-Manager B: "Wenn drei Viertel Deiner Angestellten in mein Unternehmen wechseln würden, hätte ich insgesamt 100 Angestellte." Sport-Manager B antwortet: "Wenn die Hälfte Deiner Angestellten in mein Unternehmen wechseln würden, hätte ich insgesamt 100 Angestellte."

Wieviele Angestellte beschäftigen A und B in ihren Unternehmen?

5.5 Die (nicht-lineare) Gleichung $ax^2 + bx = 1$ hat die Lösungsmenge $L = \{2, 3\}$, d.h. die Gleichung hat die beiden Lösungen $x_1 = 2$ und $x_2 = 3$.

Bestimmen Sie die beiden Parameter a und b.

5.6 3000 CHF werden drei Gewinnern verliehen. Der erste Preis beträgt 5/3 des zweiten, während der zweite Preis 3/2 des dritten beträgt.

Bestimmen Sie die Höhe der drei Preise.

5.7 Red Tide und Blue Flake planen neue Dienstleistungsprodukte im Bereich Sport Management.

Red Tide
Im ersten Jahr betragen die Fixkosten für den Aufbau des Dienstleistungsproduktes 90'000 CHF. Die variablen Kosten für das Erbringen jeder Dienstleistungseinheit werden zu 160 CHF geschätzt, und der Verkaufspreis wird 510 CHF pro Einheit betragen. Geplant wird, im ersten Jahr 3000 Dienstleistungseinheiten zu verkaufen.

Blue Flake
Im ersten Jahr betragen die Fixkosten für den Aufbau des Dienstleistungsproduktes 80'000 CHF. Die variablen Kosten für das Erbringen jeder Dienstleistungseinheit werden zu 160 CHF geschätzt, und der Verkaufspreis wird 500 CHF pro Einheit betragen. Geplant wird, im ersten Jahr 3500 Dienstleistungseinheiten zu verkaufen.

Wieviele Dienstleistungseinheiten müssen Red Tide und Blue Flake verkaufen, um den gleichen Gewinn zu erzielen? Wie hoch ist dieser Gewinn?

5.8 Entscheiden Sie, welche Aussagen wahr oder falsch sind. Kreuzen Sie das entsprechende Kästchen an.
In jeder Aufgabe a) bis c) ist genau eine Aussage wahr.

a) Eine Lösung eines linearen Gleichungssystems ...

- ☐ ... ist nicht zwingend eine Lösung jeder Gleichung des Gleichungssystems.
- ☐ ... ist nicht zwingend ein Element der Lösungsmenge.
- ☐ ... besteht aus zwei Lösungen, falls das Gleichungssystem aus zwei Gleichungen besteht.
- ☐ ... besteht aus einem Paar zweier reeller Zahlen, falls das Gleichungssystem aus zwei Gleichungen besteht.

b) Eine Lösung eines linearen Gleichungssystems ...

- ☐ ... entspricht immer einem gemeinsamen Punkt von Grafen linearer Funktionen.
- ☐ ... entspricht immer einem Schnittpunkt von genau zwei Geraden.
- ☐ ... entspricht immer einem Punkt im dreidimensionalen Raum.
- ☐ ... ist die einzige Lösung, falls die Grafen der entsprechenden linearen Funktionen parallel sind.

c) Wenn ein lineares Gleichungssystem die Lösung (x,y) = (2,3) hat, kann gefolgert werden, dass es ...

- ☐ ... mehr Unbekannte enthält als Gleichungen.
- ☐ ... zwei Gleichungen enthält.
- ☐ ... zwei Unbekannte enthält.
- ☐ ... zwei Lösungen hat.