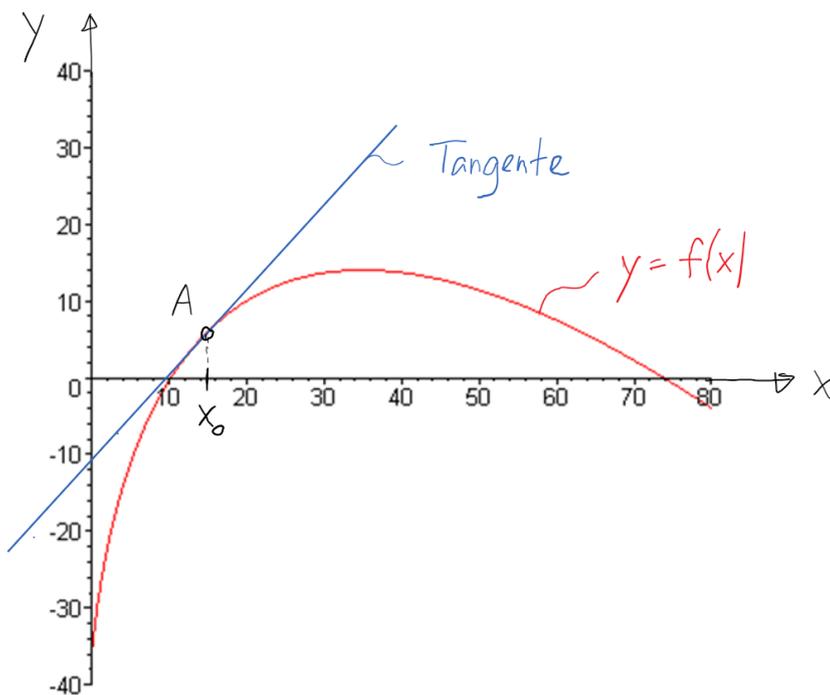


# Ableitung

## Funktion f

$f: D \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $D \subseteq \mathbb{R}$   
 $x \mapsto y = f(x)$

Bsp.:  $f(x) = 24\sqrt{x+1} - 2x - 60$



Was wollen wir wissen?

**Steigung der Tangente** an den Grafen der Funktion  $f$  bei einem bestimmten Punkt  $A(x_0 | f(x_0))$ .

Warum wollen wir die Steigung wissen?

- **Änderungsrate** der Funktionswerte  $y$  bezüglich  $x$
- **Steigen** (Steigung  $> 0$ ), **Fallen** (Steigung  $< 0$ )
- Lokales **Maximum/Minimum** (Steigung = 0)
- **Krümmung** (konvex bei zunehmender Steigung, konkav bei abnehmender Steigung), Wendepunkte

Anwendungen in der Volks- und Betriebswirtschaft

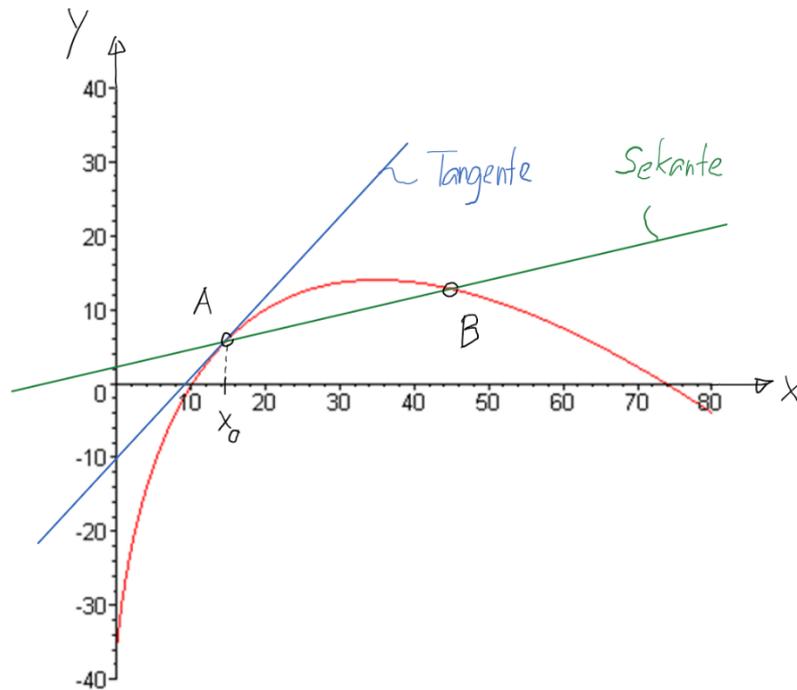
- Tendenz von Kosten/Ertrag/Gewinn
- Maximum/Minimum von Kosten/Ertrag/Gewinn
- **Grenzkosten/-ertrag/-gewinn**: Änderung von Kosten/Ertrag/Gewinn, wenn  $x$  (Stückzahl oder Dienstleistungsmenge) um eine Einheit zunimmt

## Definition

Die Steigung der Tangente an den Grafen von  $f$  durch den Punkt  $A(x_0 | f(x_0))$  heisst **Ableitung** (oder **Änderungsrate**) **von  $f$  an der Stelle  $x_0$** , bezeichnet mit  $f'(x_0)$  ("f Strich von  $x_0$ ").

Wie können wir die Steigung bestimmen?

Die Steigung der **Sekante** durch die Punkte  $A(x_0 | f(x_0))$  und  $B(x_0 + \Delta x | f(x_0 + \Delta x))$  strebt nach der Steigung der **Tangente** durch  $A(x_0 | f(x_0))$ , wenn  $\Delta x$  gegen 0 strebt.



Bsp.:  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \mapsto y = f(x) = x^2$   
 $f'(x_0) = 2x_0$  (ohne Beweis)

Bsp.:  $f: D \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \mapsto y = f(x) = 24\sqrt{x+1} - 2x - 60$   
 $f'(x_0) = \frac{12}{\sqrt{x_0+1}} - 2$  (ohne Beweis)

### Definition

Angenommen, die Ableitung (Änderungsrate)  $f'(x_0)$  existiert für alle  $x_0 \in D_1$ , mit  $D_1 \subseteq D$ .

Die Funktion  $f'$

$$f': D_1 \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto y = f'(x)$$

heisst **Ableitung** (oder **Ableitungsfunktion**) von  $f$ .

Bsp.:  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \mapsto y = f(x) = x^2$

$f': \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \mapsto y = f'(x) = 2x$

Bsp.:  $f: D \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \mapsto y = f(x) = 24\sqrt{x+1} - 2x - 60$

$f': D_1 \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \mapsto y = f'(x) = \frac{12}{\sqrt{x+1}} - 2$

