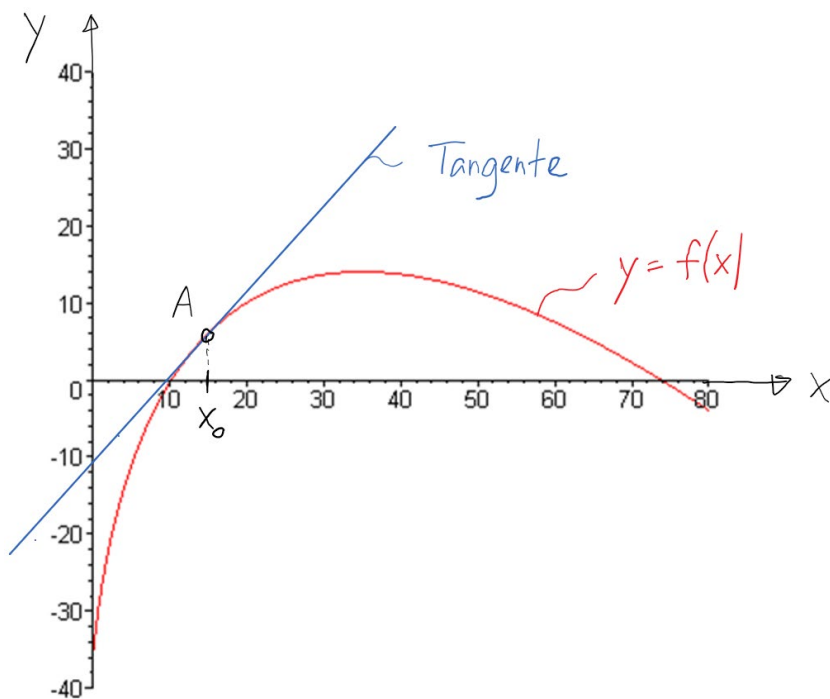


Ableitung

Funktion f

$f: D \rightarrow \mathbb{R}$ mit $D \subseteq \mathbb{R}$
 $x \mapsto y = f(x)$

Bsp.: $f(x) = 24\sqrt{x+1} - 2x - 60$



Was wollen wir wissen?

Steigung der Tangente an den Grafen der Funktion f bei einem bestimmten Punkt $A(x_0 | f(x_0))$.

Warum wollen wir die Steigung wissen?

- **Änderungsrate** der Funktionswerte y bezüglich x
- **Steigen** (Steigung > 0), **Fallen** (Steigung < 0)
- Lokales **Maximum/Minimum** (Steigung $= 0$)
- **Krümmung** (konvex bei zunehmender Steigung, konkav bei abnehmender Steigung), Wendepunkte

Anwendungen in der Volks- und Betriebswirtschaft

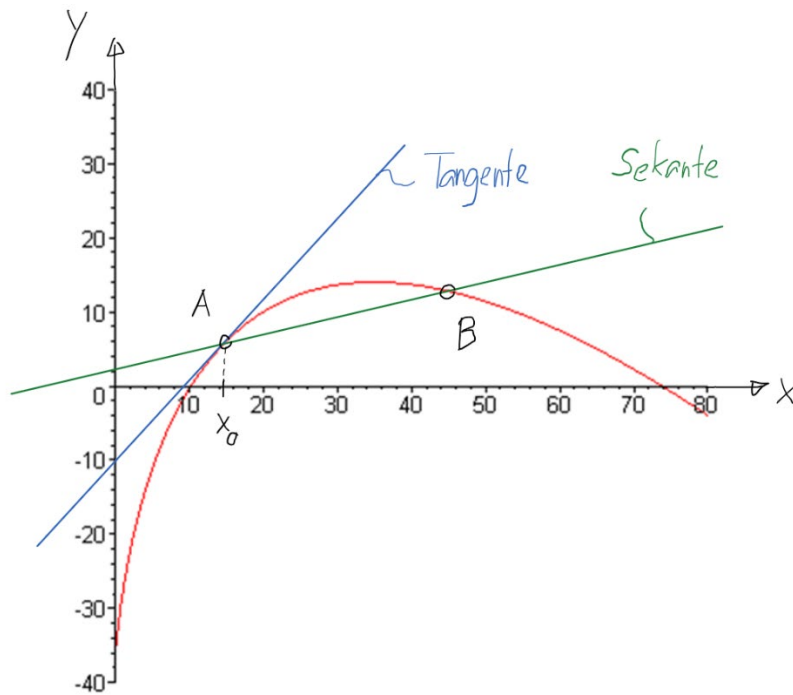
- Tendenz von Kosten/Ertrag/Gewinn
- Maximum/Minimum von Kosten/Ertrag/Gewinn
- **Grenzkosten/-ertrag/-gewinn**: Änderung von Kosten/Ertrag/Gewinn, wenn x (Stückzahl oder Dienstleistungsmenge) um eine Einheit zunimmt

Definition

Die Steigung der Tangente an den Grafen von f durch den Punkt $A(x_0 \mid f(x_0))$ heisst **Ableitung** (oder **Änderungsrate**) **von f an der Stelle x_0** , bezeichnet mit $f'(x_0)$ ("f Strich von x_0 ").

Wie können wir die Steigung bestimmen?

Die Steigung der **Sekante** durch die Punkte $A(x_0 \mid f(x_0))$ und $B(x_0 + \Delta x \mid f(x_0 + \Delta x))$ strebt nach der Steigung der **Tangente** durch $A(x_0 \mid f(x_0))$, wenn Δx gegen 0 strebt.



Bsp.: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto y = f(x) = x^2$
 $f'(x_0) = 2x_0$ (ohne Beweis)

Bsp.: $f: D \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto y = f(x) = 24\sqrt{x+1} - 2x - 60$
 $f'(x_0) = \frac{12}{\sqrt{x_0+1}} - 2$ (ohne Beweis)

Definition

Angenommen, die Ableitung (Änderungsrate) $f'(x_0)$ existiert für alle $x_0 \in D_1$, mit $D_1 \subseteq D$.

Die Funktion f'

$$f': D_1 \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto y = f'(x)$$

heisst **Ableitung** (oder **Ableitungsfunktion**) von f .

Bsp.: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto y = f(x) = x^2$

$f': \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto y = f'(x) = 2x$

Bsp.: $f: D \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto y = f(x) = 24\sqrt{x+1} - 2x - 60$

$f': D_1 \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto y = f'(x) = \frac{12}{\sqrt{x+1}} - 2$

