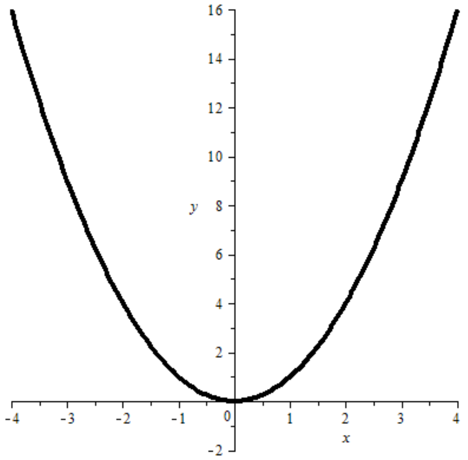
Quadratische Funktion

Definition

$f\colon D \to \mathbb{R}$	$(D \subseteq \mathbb{R})$
$x \mapsto y = f(x) = ax^2 + bx + c$ Allgemeine Form	$(a \in \mathbb{R}\setminus\{0\},\ b \in \mathbb{R},\ c \in \mathbb{R})$
$y = f(x) = a(x - u)^2 + v$ Scheitelpunktsform	$(a \in \mathbb{R}\setminus\{0\},\ u \in \mathbb{R},\ v \in \mathbb{R})$

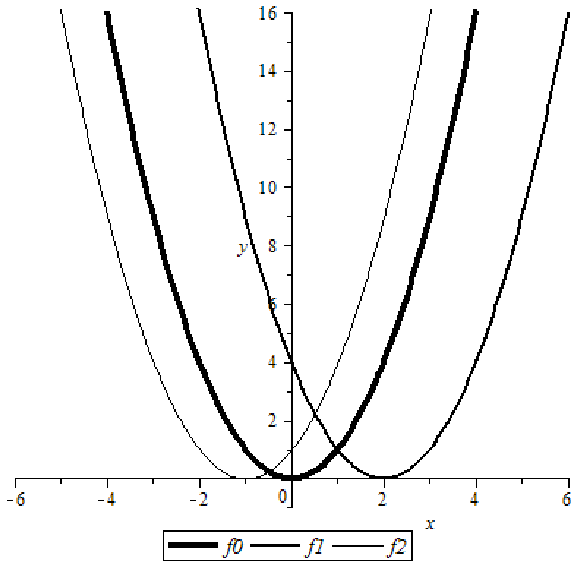
Graf

1. $y = f(x) = x^2$ $(a = 1, u = 0, v = 0)$



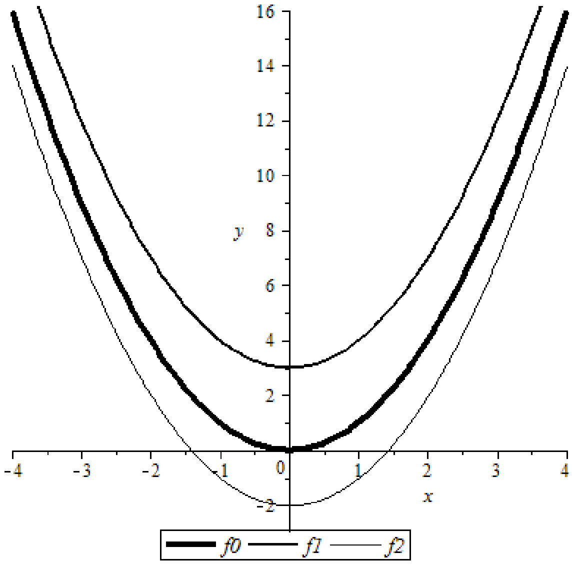
2. Parameter **u** (**u wird verändert**, a und v werden konstant gehalten)

$y = f_0(x) = x^2$ $(a = 1, \mathbf{u = 0}, v = 0)$
$y = f_1(x) = (x - 2)^2$ $(a = 1, \mathbf{u = 2}, v = 0)$
$y = f_2(x) = (x + 1)^2$ $(a = 1, \mathbf{u = -1}, v = 0)$



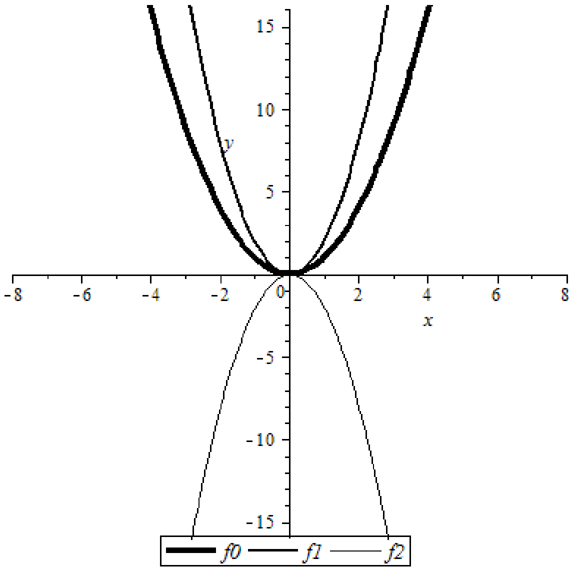
3. Parameter **v** (**v wird verändert**, a und u werden konstant gehalten)

$y = f_0(x) = x^2$ (a = 1, u = 0, **v = 0**)
$y = f_1(x) = x^2 + 3$ (a = 1, u = 0, **v = 3**)
$y = f_2(x) = x^2 - 2$ (a = 1, u = 0, **v = -2**)



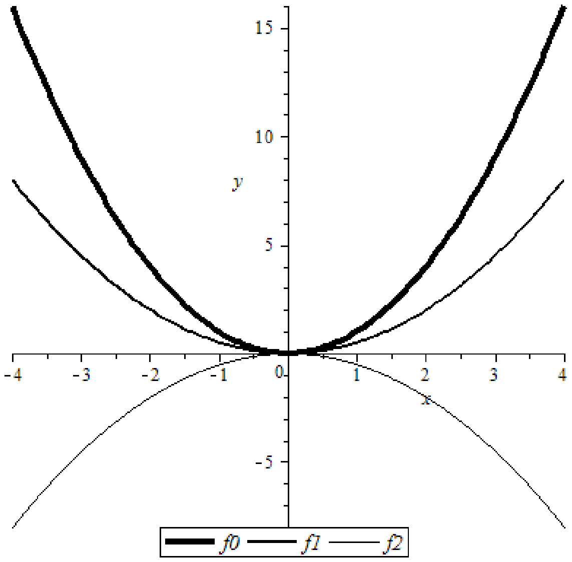
4. Parameter **a** (**a wird verändert**, u und v werden konstant gehalten)

$y = f_0(x) = x^2$ (**a = 1**, u = 0, v = 0)
$y = f_1(x) = 2x^2$ (**a = 2**, u = 0, v = 0)
$y = f_2(x) = -2x^2$ (**a = -2**, u = 0, v = 0)



5. Parameter **a** (**a wird verändert**, u und v werden konstant gehalten)

$y = f_0(x) = x^2$ $(\mathbf{a = 1}, u = 0, v = 0)$
$y = f_1(x) = \frac{1}{2}x^2$ $\left(\mathbf{a = \frac{1}{2}}, u = 0, v = 0\right)$
$y = f_2(x) = -\frac{1}{2}x^2$ $\left(\mathbf{a = -\frac{1}{2}}, u = 0, v = 0\right)$

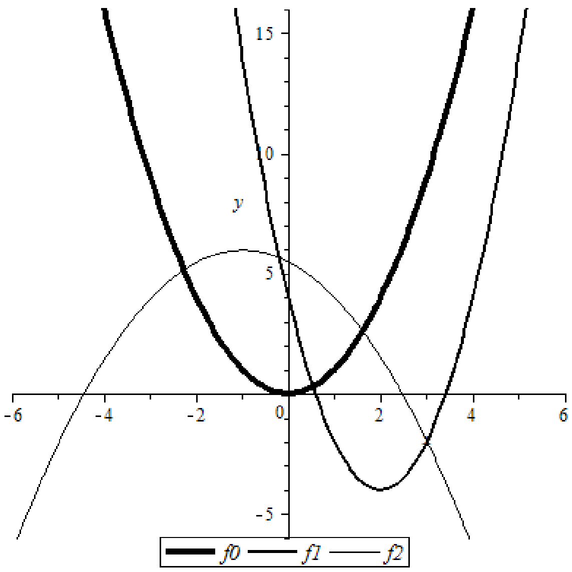


6. Der **Graf** einer quadratischen Funktion ist eine **Parabel**.

Der Parameter **a** bestimmt die **Form** der Parabel und ob die Parabel nach oben oder nach unten geöffnet ist.

Die Parameter **u** und **v** bestimmen die **Lage** der Parabel. Sie sind die Koordinaten des **Scheitelpunktes** S der Parabel: S(u|v)

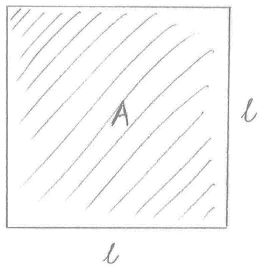
$y = f_0(x) = x^2$ $(a = 1, u = 0, v = 0)$ S(0|0)
$y = f_1(x) = 2(x - 2)^2 - 4$ $(a = 2, u = 2, v = -4)$ S(2|-4)
$y = f_2(x) = -\frac{1}{2}(x + 1)^2 + 6$ $\left(a = -\frac{1}{2}, u = -1, v = 6\right)$ S(-1|6)



Beispiele

1. Natur/Physik: Bahnkurve von Wasser in einem Brunnen

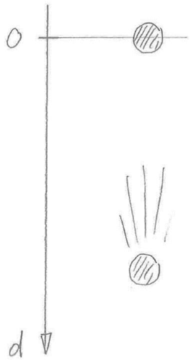
2. Geometrie: Quadrat



Flächeninhalt A bei Seitenlänge l: $A = l^2$

$$f:\ \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$$
$$l \mapsto A = f(l) = l^2 \qquad \text{quadratische Funktion}$$

3. Physik: Freier Fall



Distanz d nach der Zeit t: $d = \frac{1}{2}gt^2$ (g = Gravitationsfeldstärke)

$$f:\ \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
$$t \mapsto d = f(t) = \frac{1}{2}gt^2 \qquad \text{quadratische Funktion}$$

4. Wirtschaft: Angebot, Nachfrage