

Repetitions-Aufgaben 1 Funktionen und Gleichungen

Aufgaben

R1.1 Beurteilen Sie mit Begründung, welche der folgenden Zuordnungen Funktionen sind.

- a) $f_1 : \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}^+, x \mapsto y = f_1(x) = \sqrt{x}$
- b) $f_2 : \{2, 3, 4, \dots\} \rightarrow \mathbb{N}, x \mapsto y = f_2(x) = x - 1$
- c) $D = \text{Menge aller Schweizer Kantone}$
 $B = \text{Menge aller Schweizer Ortschaften und Städte}$
 $f_3 : D \rightarrow B, x \mapsto y = f_3(x) = \text{Hauptort von } x$
- d) $f_4 : \{x: x \in \mathbb{R} \text{ und } x \geq 3\} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = f_4(x) = \frac{1}{x^2 - 9}$
- e) $f_5 : \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = f_5(x) = \log_a(x)$

R1.2 Falls $f(x) = 9x - x^2$, bestimmen Sie ...

- a) ... $f(0)$.
- b) ... $f(-3)$.
- c) ... $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ und vereinfachen Sie den Ausdruck.

R1.3 Lösen Sie die folgenden Gleichungen, und geben Sie die Lösungsmengen an:

- a) $3x - 8 = 23$
- b) $\frac{6}{3x-5} = \frac{6}{2x+3}$
- c) $\frac{2x+5}{x+7} = \frac{1}{3} + \frac{x-11}{2x+14}$

R1.4 Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach x, und geben Sie die Lösungsmengen an.
Berücksichtigen Sie dabei, dass die Parameter a und p beliebige reelle Zahlen sein können.

- a) $ax = 60$
- b) $(p-1)px = p^2 - 1$

R1.5 Lösen Sie die folgenden Gleichungssysteme, und geben Sie die Lösungsmengen an:

- a) $2x + y = 19$
 $x - 2y = 12$
- b) $6x + 3y = 1$
 $y = -2x + 1$

R1.6 Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der linearen Funktion, deren Graf ...

- a) ... die Steigung 4 und den Achsenabschnitt 2 hat.
- b) ... durch den Punkt $(-2|1)$ verläuft und die Steigung $\frac{2}{5}$ hat.
- c) ... (siehe nächste Seite)

- c) ... durch die Punkte (-2|7) und (6|-4) verläuft.
- d) ... durch den Punkt (1|6) verläuft und parallel ist zu $y = 4x - 6$.

R1.7 Ein bestimmtes Produkt hat die folgenden Angebots- und Nachfragefunktionen:

$$p = f_A(q) = (4q + 5) \text{ CHF}$$

$$p = f_N(q) = (-2q + 81) \text{ CHF}$$

- a) Bestimmen Sie sowohl die angebotene als auch die nachgefragte Menge, falls der Preis 53 CHF beträgt.
- b) Bestimmen Sie sowohl die Gleichgewichtsmenge als auch den Gleichgewichtspreis.

R1.8 Die Gesamtkosten $K(x)$ und der Ertrag $E(x)$ sind für ein bestimmtes Produkt wie folgt gegeben:

$$K(x) = (38.80x + 4500) \text{ CHF}$$

$$E(x) = 61.30x \text{ CHF}$$

- a) Bestimmen Sie die Fixkosten.
- b) Bestimmen Sie die variablen Kosten für die Fertigung von 10 Stück.
- c) Bestimmen Sie, welche Anzahl gefertigt werden muss, um die Gewinnschwelle zu erreichen.

R1.9 Die Angebots- und die Nachfragefunktion für ein Produkt seien linear und durch die folgenden Tabellen bestimmt:

Angebotsfunktion		Nachfragefunktion	
Preis	Menge	Preis	Menge
100 CHF	200	200 CHF	200
200 CHF	400	100 CHF	400
300 CHF	600	0 CHF	600

Bestimmen Sie die Menge und den Preis bei Marktgleichgewicht.

R1.10 Bestimmen Sie die Lösungsmengen der folgenden Gleichungen:

- a) $4x - 3x^2 = 0$
- b) $3x^2 - 6x = 9$
- c) $4x^2 + 25 = 0$
- d) $\frac{1}{x} + 2x = \frac{1}{3} + \frac{x+1}{x}$
- e) $\frac{x-4}{x-5} = \frac{30-x^2}{x^2-5x}$

R1.11 Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der quadratischen Funktion, deren Graf ...

- a) ... den Scheitelpunkt (2|4) hat und durch (3|3) verläuft.
- b) ... durch (-3|-3), (0|3) und (3|0) verläuft.

R1.12 Die Angebotsfunktion für ein Produkt ist gegeben durch $p = (q^2 + 300) \text{ CHF}$ und die Nachfragefunktion durch $p/\text{CHF} + q = 410$.

Bestimmen Sie die Gleichgewichtsmenge und den Gleichgewichtspreis.

R1.13 Angenommen, die Gesamtkosten $K(x)$ für eine Dienstleistung seien gegeben durch $K(x) = (1760 + 8x + 0.6x^2)$ CHF und der Ertrag $E(x)$ durch $E(x) = (100x - 0.4x^2)$ CHF.
Bestimmen Sie die Gewinnschwellen.

R1.14 Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Exponentialfunktion, deren Graf durch die Punkte P und Q verläuft.

- a) P(0|1) Q(2|9)
- b) P(1|20) Q(2|100)

R1.15 Berechnen Sie die folgenden Logarithmen ohne Taschenrechner:

- a) $\log_5(1)$
- b) $\log_2(8)$
- c) $\log_3\left(\frac{1}{3}\right)$
- d) $\log_3(3^8)$
- e) $e^{\ln(5)}$
- f) $10^{\lg(3.15)}$

R1.16 8000 CHF werden bei einfacher Verzinsung und einem Jahreszinssatz von 12% 3 Jahre lang ausgeliehen.
Bestimmen Sie den Wert der Anleihe nach Ablauf der 3 Jahre.

R1.17 Maria hat sich von ihren Eltern 2000 CHF ausgeliehen und ihnen nach 4 Jahren 2200 CHF zurückgezahlt.
Bestimmen Sie, zu welchem jährlichen Zinssatz Maria das Geld bei einfacher Verzinsung ausgeliehen hat.

R1.18 Ein künftiger Student möchte Geld auf ein Konto einzahlen, um 3 Jahre später über 3000 CHF für Studiengebühren zu verfügen. Das Geld wird bei jährlicher einfacher Verzinsung zu einem Jahreszinssatz von 6% angelegt.
Bestimmen Sie den Geldbetrag, den der künftige Student einzahlen muss.

R1.19 Angenommen, 1000 CHF werden 4 Jahre lang bei vierteljährlicher Verzinsung mit Zinseszins zu einem nominellen Jahreszinssatz von 8% angelegt.
Bestimmen Sie, wieviel Zins das Geld in den 4 Jahren trägt.

R1.20 Eine Investition wird monatlich mit Zinseszins zu einem nominellen Jahreszinssatz von 5.4% verzinst. In 4 Jahren möchte man 18'000 CHF haben.
Bestimmen Sie den Geldbetrag, der investiert werden muss.

R1.21 Im Jahr 2010 hatte ein afrikanisches Land 4.5 Millionen Einwohner. Die Bevölkerung ist seither 4% pro Jahr gewachsen.
Bestimmen Sie, wie gross die Bevölkerung im Jahr 2030 sein wird, wenn sich der Wachstumsfaktor nicht verändert.

- R1.22 Ein Unternehmen möchte in 4 1/2 Jahren 250'000 CHF für Investitionen zur Verfügung haben. Das investierte Geld wird vierteljährlich mit Zinseszins zu einem nominalen Jahreszinssatz von 10.2% verzinst.
Bestimmen Sie, wieviel zu Beginn jedes Quartals einzahlt werden muss, um das genannte Ziel zu erreichen.
- R1.23 Ein Altersvorsorgekonto, welches halbjährlich mit Zinseszins zu einem nominalen Jahreszinssatz von 6.8% verzinst wird, enthält 488'000 CHF.
Bestimmen Sie, wie lange am Ende jedes Halbjahres 40'000 CHF abgehoben werden können, bis der Kontostand 0 CHF ist.
- R1.24 In 3 Jahren möchte ein Paar eine 4-monatige Reise nach China, Japan und Südostasien antreten. Ab Reisebeginn möchte es jeweils zu Monatsbeginn 5000 CHF abheben, um die Reisekosten für den entsprechenden Monat bezahlen zu können. Es wird angenommen, dass das Konto monatlich mit Zinseszins zu einem nominalen Jahreszinssatz von 6.6% verzinst wird.
Bestimmen Sie, wieviel das Paar ab jetzt 3 Jahre lang zu Beginn jedes Monats einzahlen muss, damit bei Reisebeginn genügend Geld auf seinem Konto liegt.
- R1.25 Herr S. muss seiner geschiedenen Frau 8 Jahre lang am Ende jedes Jahres 25'000 CHF bezahlen. Aufgrund eines privaten Gewinns in seiner Firma ist er in der Lage, die ganze Summe bereits am Ende des ersten Jahres zu bezahlen (statt in 8 Raten am Ende jedes Jahres). Angenommen, es wurde eine jährliche Verzinsung mit Zinseszins zu einem Jahreszinssatz von 4.5% vereinbart.
Bestimmen Sie den Betrag, welchen Herr S. am Ende des ersten Jahres bezahlen muss.
- R1.26 Herr P. denkt über eine Anlage für seine Altersvorsorge nach. Er möchte ab dem Jahr, in welchem er 60 Jahre alt wird, 15 Jahre lang jeweils am Jahresende von einem Konto 8000 CHF abheben können. Er nimmt an, dass das Geld während dieser 15 Jahre jährlich mit Zinseszins zu einem Jahreszinssatz von 2.5% verzinst wird.
- Herr P. möchte das Geld sparen, indem er 30 gleiche Raten am Ende jedes Jahres einzahlt, und zwar bis zum Jahr, in welchem er 55 Jahre alt wird. Er nimmt an, dass das Geld jährlich mit Zinseszins zu einem Jahreszinssatz von 3% verzinst wird und dass der Zinssatz von 3% dann weiter gilt bis zum Jahr, in welchem er 60 Jahre alt wird.
Bestimmen Sie, wieviel Herr P. jedes Jahr einzahlen muss.
 - Herr P. hat im Lotto 40'000 CHF gewonnen! Angenommen, er zahlt das Geld am Ende des Jahres ein, in welchem er 25 Jahre alt wird, und es gilt die gleiche Verzinsung wie in a).
Beurteilen Sie mit Begründung, ob dieses Geld für seine Altersvorsorge reichen würde.