

Aufgaben 2

Funktion Definitionsmenge, Zielmenge, Bildmenge, Graf

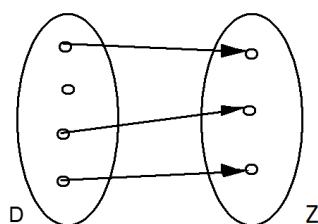
Lernziele

- verstehen, was eine Funktion ist.
- beurteilen können, ob eine gegebene Relation eine Funktion ist.
- die Definitionsmenge und die Bildmenge einer gegebenen Funktion bestimmen können.
- Funktionswerte einer gegebenen Funktion bestimmen können.

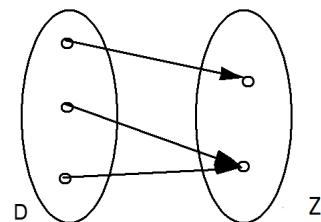
Aufgaben

2.1 Beurteilen Sie mit Begründung, welche der folgenden Zuordnungen Funktionen sind.

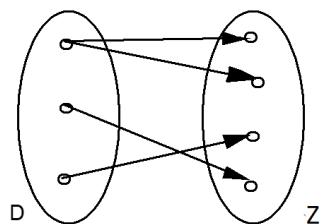
a)



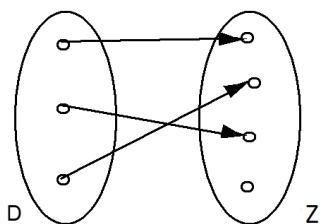
b)



c)



d)



- e) $D = \text{Menge aller Kurse im FHGR-Bachelor-Studium Digital Business Management}$
 $Z = \text{Menge aller FHGR-Lehrpersonen}$
f: $D \rightarrow Z, k \mapsto l = f(k) = \text{Lehrperson im Kurs } k$

- f) $D = \{1995, 1996, \dots, 2004, 2005\}$
 $Z = \text{Menge aller 20- bis 30-jährigen Menschen}$
 $f: D \rightarrow Z, j \mapsto m = f(j) = \text{Mensch mit Jahrgang } j$
- g) $D = \text{Menge aller 20- bis 30-jährigen Menschen}$
 $Z = \{1995, 1996, \dots, 2004, 2005\}$
 $f: D \rightarrow Z, m \mapsto j = f(m) = \text{Jahrgang des Menschen } m$
- h) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = f(x) = x^2$
- i) $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = f(x) = \text{Zahl, welche quadriert gleich } x \text{ ergibt}$
- Hinweis:
- \mathbb{R}^+ ist die Menge aller positiven reellen Zahlen, d.h. $\mathbb{R}^+ = \{x: x \in \mathbb{R} \text{ und } x > 0\}$.
- j) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, t \mapsto b = f(t) = \text{Bankkontostand zum Zeitpunkt } t$

2.2 Bestimmen Sie die Bildmenge B der folgenden Funktionen:

- a) $D = \{\text{Januar, Februar, März, ..., Dezember}\}$
 $Z = \{A, B, C, \dots, Z\}$
 $f: D \rightarrow Z, m \mapsto b = f(m) = \text{Anfangsbuchstabe des Monats } m$
- b) $D = \text{Menge aller Nachbarländer der Schweiz}$
 $Z = \text{Menge aller europäischen Städte und Ortschaften}$
 $h: D \rightarrow Z, x \mapsto y = h(x) = \text{Hauptstadt/-ort des Nachbarlandes } x$
- c) Funktion f in der Aufgabe 2.1 g)
- d) Funktion f in der Aufgabe 2.1 h)

2.3 a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x) = x^3 - x$

Bestimmen Sie die folgenden Funktionswerte:

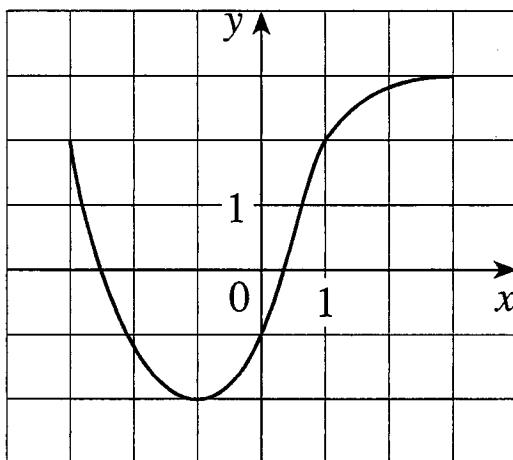
- i) $f(1)$ ii) $f(-2)$ iii) $f(a)$
iv) $f(b^2)$ v) $f(a - b)$ vi) $f(x^3 - x)$
- b) $g: \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto g(x) = \frac{x^2}{x + 1}$

Bestimmen Sie die folgenden Funktionswerte:

- i) $g(2)$ ii) $g(-3)$ iii) $g(a)$
iv) $g(b^2)$ v) $g(a - b)$ vi) $g\left(\frac{x^2}{x + 1}\right)$

2.4 (siehe nächste Seite)

2.4 Gegeben ist der Graf einer Funktion f:



- a) Geben Sie den Funktionswert $f(-1)$ an.
- b) Schätzen Sie den Funktionswert $f(2)$ ab.
- c) Geben Sie alle Werte von x an, für welche $f(x) = 2$ gilt.
- d) Schätzen Sie alle Werte von x ab, für welche $f(x) = 0$ gilt.
- e) Geben Sie den Definitionsbereich (d.h. die Definitionsmenge) D von f an.
- f) Geben Sie den Wertebereich (d.h. die Bildmenge) B von f an.

2.5 Entscheiden Sie, welche Aussagen wahr oder falsch sind. Kreuzen Sie das entsprechende Kästchen an.
In jeder Aufgabe a) bis c) ist genau eine Aussage wahr.

- a) Der Wertebereich (d.h. die Bildmenge) B der Funktion f: $\{x: x \in \mathbb{R} \text{ und } x \geq 4\} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = f(x) = \sqrt{x - 4}$, ist die Menge ...
 - ... $\{x: x \in \mathbb{R} \text{ und } x \geq 4\}$
 - ... $\{y: y \in \mathbb{R} \text{ und } y \geq 4\}$
 - ... \mathbb{R}
 - ... \mathbb{R}_0^+
- b) f kann keine Funktion sein, falls ...
 - ... die Definitionsmenge von f keine Zahlenmenge ist.
 - ... die Zielmenge von f mehr Elemente enthält als die Definitionsmenge von f.
 - ... die Definitionsmenge von f mehr Elemente enthält als die Zielmenge von f.
 - ... mindestens ein Element der Definitionsmenge mehr als ein Bildelement hat.
- c) Wenn bei einer Funktion die Bildmenge gleich viele Elemente enthält wie die Definitionsmenge, dann kann man folgern, dass ...
 - ... die Bildmenge die gleiche Menge ist wie die Definitionsmenge.
 - ... die Zielmenge gleich viele Elemente enthält wie die Definitionsmenge.
 - ... jedes Element der Zielmenge auch ein Element der Bildmenge ist.
 - ... kein Element der Bildmenge mehr als einem Element der Definitionsmenge zugeordnet wird.