

## Aufgaben 1      Zahlenmengen $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ , Mengenoperationen

### Lernziele

- die Definition und die Elemente der Menge der natürlichen, ganzen, rationalen und reellen Zahlen kennen.
- wissen und verstehen, was eine Menge, ein Element einer Menge, eine leere Menge, Teilmenge, Schnittmenge, Vereinigungsmenge und Differenzmenge ist.
- elementare Mengenoperationen ausführen können.

### Aufgaben

1.1 Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind:

- |                                    |  |   |
|------------------------------------|--|---|
| a) $4 \in \mathbb{N}$              | b) $-\frac{14}{7} \in \mathbb{Z}$      | c) $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$                      |
| d) $\sqrt{9} \in \mathbb{N}$       | e) $\sqrt{9} \in \mathbb{Q}$           | f) $\sqrt{9} \in \mathbb{R}$                      |
| g) $1.67854 \in \mathbb{Q}$        | h) $1.\overline{67854} \in \mathbb{Q}$ | i) $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$                |
| j) $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ | k) $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$     | l) $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Z} = \mathbb{N}$ |

1.2 Bestimmen Sie die folgenden Mengen:

- |  |  |  |
|--|--|--|
| a) $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$                   | b) $\mathbb{Z} \cup \mathbb{N}$                        | c) $\mathbb{Z} \cap \mathbb{N}$                        |
| d) $\mathbb{Q} \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})$ | e) $\mathbb{Q} \cup (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})$ | f) $(\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}) \cap \mathbb{N}$ |

1.3 Betrachten Sie die Mengen A, B und C:

A = Menge aller Städte der Welt

B = Menge aller europäischen Städte

C = Menge aller Städte der Welt, die am Meer liegen

Finden Sie mindestens fünf Elemente der folgenden Mengen:

- |                    |                             |
|--------------------|-----------------------------|
| a) $B \cap C$      | b) $B \setminus C$          |
| c) $C \setminus B$ | d) $A \setminus (B \cup C)$ |

1.4 Entscheiden Sie, welche Aussagen wahr oder falsch sind. Kreuzen Sie das entsprechende Kästchen an.  
In jeder Aufgabe a) bis c) ist genau eine Aussage wahr.

- a)
- |                          |   |
|--------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Q}$                 |
| <input type="checkbox"/> | $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z} = \mathbb{N}$            |
| <input type="checkbox"/> | $\mathbb{Q} \cap \mathbb{R} = \mathbb{Q}$                 |
| <input type="checkbox"/> | $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N} = \{-1, -2, -3, \dots\}$ |

- b)
- A = Menge aller Städte der Welt  
B = Menge aller europäischen Städte

- |                          |                |
|--------------------------|----------------|
| <input type="checkbox"/> | $A \cap B = A$ |
| <input type="checkbox"/> | $A \cup B = B$ |
| <input type="checkbox"/> | $B \in A$      |
| <input type="checkbox"/> | $B \subset A$  |

- c) (siehe nächste Seite)

c) Angenommen,  $x$  ist eine rationale Zahl. Dann kann gefolgert werden, dass  $x$  ...

- ... eine reelle Zahl ist.
- ... eine ganze Zahl ist.
- ... ein Bruch ist, in welchem sowohl der Zähler als auch der Nenner eine natürliche Zahl ist.
- ... eine natürliche Zahl ist.

### Lösungen

- |     |    |      |    |      |    |        |
|-----|----|------|----|------|----|--------|
| 1.1 | a) | wahr | b) | wahr | c) | falsch |
|     | d) | wahr | e) | wahr | f) | wahr   |
|     | g) | wahr | h) | wahr | i) | wahr   |
|     | j) | wahr | k) | wahr | l) | falsch |
- 1.2    a)  $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N} = \{0, -1, -2, -3, \dots\}$   
      b)  $\mathbb{Z} \cup \mathbb{N} = \mathbb{Z}$   
      c)  $\mathbb{Z} \cap \mathbb{N} = \mathbb{N}$   
      d)  $\mathbb{Q} \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}) = \{\}$   
      e)  $\mathbb{Q} \cup (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}) = \mathbb{R}$   
      f)  $(\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}) \cap \mathbb{N} = \{\}$
- 1.3    a)  $B \cap C = \{\text{Lissabon, Kopenhagen, Barcelona, Neapel, Stockholm, ...}\}$   
      b)  $B \setminus C = \{\text{London, Paris, Madrid, Berlin, Rom, ...}\}$   
      c)  $C \setminus B = \{\text{Tokio, San Francisco, Sydney, Rio de Janeiro, Kapstadt, ...}\}$   
      d)  $A \setminus (B \cup C) = \{\text{Chicago, Mexico City, Nairobi, Peking, Bogotá, ...}\}$
- 1.4    a) 3. Aussage  
      b) 4. Aussage  
      c) 1. Aussage