

Aufgaben 2

Funktion Definitionsmenge, Zielmenge, Bildmenge, Graf

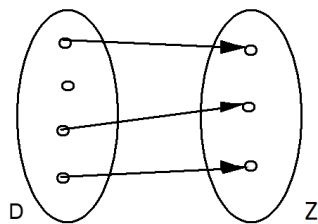
Lernziele

- verstehen, was eine Funktion ist.
- beurteilen können, ob eine gegebene Relation eine Funktion ist.
- die Definitionsmenge und die Bildmenge einer gegebenen Funktion bestimmen können.
- Funktionswerte einer gegebenen Funktion bestimmen können.

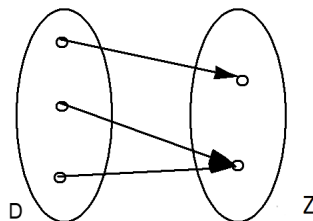
Aufgaben

2.1 Beurteilen Sie mit Begründung, welche der folgenden Zuordnungen eine Funktion ist.

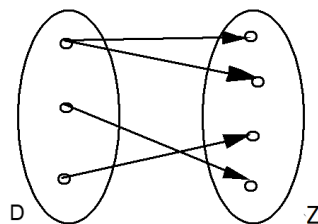
a)



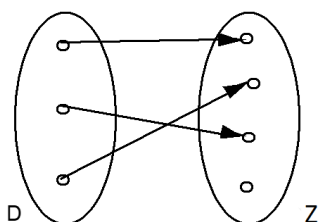
b)



c)



d)



e)

D = Menge aller Kurse im FHGR-Bachelor-Studium Betriebsökonomie
Z = Menge aller FHGR-Lehrpersonen
f: $D \rightarrow Z, k \mapsto l = f(k) = \text{Lehrperson im Kurs } k$

- f) $D = \{1994, 1995, \dots, 2003, 2004\}$
 $Z =$ Menge aller 20- bis 30-jährigen Menschen
 $f: D \rightarrow Z, j \mapsto m = f(j) =$ Mensch mit Jahrgang j
- g) $D =$ Menge aller 20- bis 30-jährigen Menschen
 $Z = \{1994, 1995, \dots, 2003, 2004\}$
 $f: D \rightarrow Z, m \mapsto j = f(m) =$ Jahrgang des Menschen m
- h) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = f(x) = x^2$
- i) $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = f(x) =$ Zahl, welche quadriert gleich x ergibt
Hinweis:
- \mathbb{R}^+ ist die Menge aller positiven reellen Zahlen, d.h. $\mathbb{R}^+ = \{x: x \in \mathbb{R} \text{ und } x > 0\}$.
- j) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, t \mapsto b = f(t) =$ Bankkontostand zum Zeitpunkt t

2.2 Bestimmen Sie die Bildmenge B der folgenden Funktionen:

- a) $D = \{\text{Januar, Februar, März, \dots, Dezember}\}$
 $Z = \{A, B, C, \dots, Z\}$
 $f: D \rightarrow Z, m \mapsto b = f(m) =$ Anfangsbuchstabe des Monats m
- b) $D =$ Menge aller Nachbarländer der Schweiz
 $Z =$ Menge aller europäischer Städte
 $h: D \rightarrow Z, x \mapsto y = h(x) =$ Hauptstadt/-ort des Nachbarlandes x
- c) Funktion f in der Aufgabe 2.1 g)
- d) Funktion f in der Aufgabe 2.1 h)

2.3 a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x) = x^3 - x$

Bestimmen Sie die folgenden Funktionswerte:

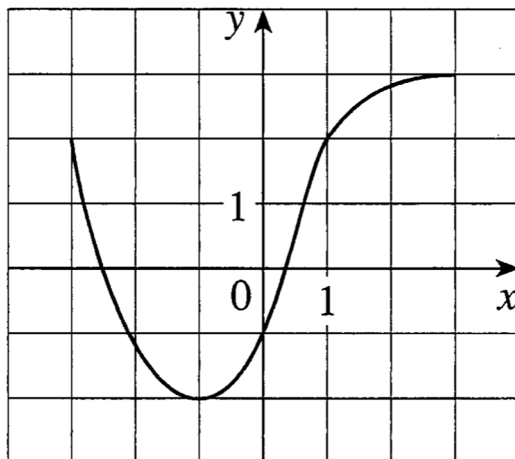
- | | | |
|--------------|---------------|------------------|
| i) $f(1)$ | ii) $f(-2)$ | iii) $f(a)$ |
| iv) $f(b^2)$ | v) $f(a - b)$ | vi) $f(x^3 - x)$ |
- b) $g: \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto g(x) = \frac{x^2}{x+1}$

Bestimmen Sie die folgenden Funktionswerte:

- | | | |
|--------------|---------------|-------------------------------------|
| i) $g(2)$ | ii) $g(-3)$ | iii) $g(a)$ |
| iv) $g(b^2)$ | v) $g(a - b)$ | vi) $g\left(\frac{x^2}{x+1}\right)$ |

2.4 (siehe nächste Seite)

2.4 Gegeben ist der Graf einer Funktion f:



- Geben Sie den Funktionswert $f(-1)$ an.
- Schätzen Sie den Funktionswert $f(2)$ ab.
- Für welche Werte von x ist $f(x) = 2$?
- Schätzen Sie alle Werte für x ab, so dass gilt: $f(x) = 0$.
- Geben Sie den Definitionsbereich (d.h. die Definitionsmenge) D von f an.
- Geben Sie den Wertebereich (d.h. die Bildmenge) B von f an.

2.5 Entscheiden Sie, welche Aussagen wahr oder falsch sind. Kreuzen Sie das entsprechende Kästchen an. In jeder Aufgabe a) bis c) ist genau eine Aussage wahr.

- Der Wertebereich (d.h. die Bildmenge) B der Funktion $f: \{x: x \in \mathbb{R} \text{ und } x \geq 4\} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = f(x) = \sqrt{x - 4}$, ist die Menge ...
 - ... $\{x: x \in \mathbb{R} \text{ und } x \geq 4\}$
 - ... $\{y: y \in \mathbb{R} \text{ und } y \geq 4\}$
 - ... \mathbb{R}
 - ... \mathbb{R}_0^+
- f kann keine Funktion sein, falls ...
 - ... die Definitionsmenge von f keine Zahlenmenge ist.
 - ... die Zielmenge von f mehr Elemente enthält als die Definitionsmenge von f .
 - ... die Definitionsmenge von f mehr Elemente enthält als die Zielmenge von f .
 - ... mindestens ein Element der Definitionsmenge mehr als ein Bildelement hat.
- Wenn bei einer Funktion die Bildmenge gleich viele Elemente enthält wie die Definitionsmenge, dann kann man folgern, dass ...
 - ... die Bildmenge die gleiche Menge ist wie die Definitionsmenge.
 - ... die Zielmenge gleich viele Elemente enthält wie die Definitionsmenge.
 - ... jedes Element der Zielmenge auch ein Element der Bildmenge ist.
 - ... kein Element der Bildmenge mehr als einem Element der Definitionsmenge zugeordnet wird.