

Aufgaben 4 Gewöhnliche Differentialgleichungen 1. und 2. Ordnung Lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung

Lernziele

- die allgemeine Lösung einer homogenen linearen gewöhnlichen Differentialgleichung erster Ordnung mit Hilfe der Methode der Separation der Variablen bestimmen können.
- die allgemeine Lösung einer inhomogenen linearen gewöhnlichen Differentialgleichung erster Ordnung mit Hilfe der Methode der Variation der Konstanten bestimmen können.
- eine partikuläre Lösung einer inhomogenen linearen gewöhnlichen Differentialgleichung erster Ordnung mit konstanten Koeffizienten mit Hilfe eines Ansatzes bestimmen können.
- ein Anfangswertproblem mit einer linearen gewöhnlichen Differentialgleichung erster Ordnung von Hand lösen können.

Aufgaben

4.1 Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden homogenen linearen GDGL 1. Ordnung:

a) $y' + xy = 0$

b) $y' + \frac{y}{1+x} = 0$

c) $y' \cos(x) - y \sin(x) = 0$

4.2 Bearbeiten Sie im Lehrbuch Papula 2 die folgenden Aufgaben (in der genannten Reihenfolge):
17, 14 (Seiten 526 und 527)

Hinweis zur Aufgabe 14:

- Führen Sie die Variation der Konstanten konkret aus.

4.3 Betrachten Sie nochmals einige GDGL aus der Aufgabe 4.2. Jede GDGL wird nun mit einer AB zu einem AWP ergänzt.

Bestimmen Sie die Lösung des AWP durch Einsetzen der AB in die allgemeine Lösung.

a) GDGL: aus Papula-Aufgabe 17 a)

AB: $y(0) = 2$

b) GDGL: aus Papula-Aufgabe 17 e)

AB: $n(10) = 20$

c) GDGL: aus Papula-Aufgabe 14 a)

AB: $y(0) = 1$

d) GDGL: aus Papula-Aufgabe 14 b)

AB: $y(0) = 2$

e) GDGL: aus Papula-Aufgabe 14 e)

AB: $y\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}$

Hinweis:

- Die allgemeine Lösung der GDGL haben Sie bereits in der Aufgabe 4.2 bestimmt.

4.4 Bearbeiten Sie im Lehrbuch Papula 2 die folgenden Aufgaben:
18, 19, 21 (Seiten 527 und 528)

4.5 Bearbeiten Sie im Lehrbuch Papula 2 die folgende Aufgabe:
13 (Seite 526)

- 4.6 Betrachten Sie im Lehrbuch Papula 2 die folgende Aufgabe:
20 (Seite 527)
- a) Analysieren Sie zuerst alle GDGL. Beurteilen Sie, ob die GDGL ...
- ... separierbar oder nicht-separierbar ist.
 - ... linear oder nicht-linear ist.
 - ... homogen oder inhomogen ist (falls sie linear ist).
 - ... konstante oder nicht-konstante Koeffizienten hat (falls sie linear ist).
- b) Lösen Sie nun die GDGL (gemäss Papula-Aufgabenstellung).
- 4.7 Führen Sie in Moodle den [Test 4](#) durch.

Lehrbuch Papula 2

IV Gewöhnliche Differentialgleichungen

2 Differentialgleichungen 1. Ordnung

2.5 Lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung (Seiten 370 bis 379)

2.6 Lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten (Seiten 380 bis 384)

Lösungen

4.1 ...

4.2 (siehe Lehrbuch Papula 2, Seiten 756 und 757)

4.3 ...

4.4 (siehe Lehrbuch Papula 2, Seiten 757 bis 759)

4.5 (siehe Lehrbuch Papula 2, Seite 756)

- 4.6 a) 20 a) separierbar, nicht-linear
 20 b) separierbar, linear, homogen, nicht-konstante Koeffizienten
 20 c) separierbar, linear, homogen, nicht-konstante Koeffizienten
 20 d) nicht-separierbar, linear, inhomogen, nicht-konstante Koeffizienten
 20 e) separierbar, linear, inhomogen, nicht-konstante Koeffizienten
 20 f) nicht-separierbar, linear, inhomogen, konstante Koeffizienten
- b) (siehe Lehrbuch Papula 2, Seite 758)

4.7 -