Aufgaben 13 — Funktionen mehrerer Variablen
Globale Extrema, Lokale Extrema unter Nebenbedingungen

Lernziele

- das globale Maximum und das globale Minimum einer Funktion von zwei Variablen auf einem Gebiet bestimmen können.
- lokale Extrema einer Funktion von zwei Variablen mit Hilfe eines Lagrange-Multiplikators bestimmen können.

Aufgaben

13.1 Bestimmen Sie das globale Maximum und das globale Minimum (Stellen und Funktionswerte) der Funktion f auf dem Gebiet G.

a) $f(x,y) = xy$
$G = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x + y \leq 2 \ \wedge \ 0 \leq x \leq 2 \ \wedge \ 0 \leq y \leq 2\}$

b) $f(x,y) = 2x^2 + 2y^2 + 2xy + 4x - y$
$G = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \leq x + 3 \ \wedge \ x \leq 0 \ \wedge \ y \geq 0\}$

c) $f(x,y) = (x - 1)^2 + (y - 1)^2 - x + 1$
G = Dreieck mit den Eckpunkten $(0|0)$, $(4|0)$ und $(0|2)$

13.2 Betrachten Sie den Grafen der Funktion f mit $f(x) = x^2$.

Bestimmen Sie mit Hilfe eines Lagrange-Multiplikators diejenigen Punkte P auf dem Grafen von f, welche am nächsten beim Punkt $Q(0|2)$ liegen.

Hinweise:
- Finden Sie eine Funktion $a(x,y)$, welche den Abstand eines allgemeinen Punktes $P(x|y)$ vom Punkt Q angibt.
- Die Nebenbedingung $g(x,y) = 0$ ergibt sich daraus, dass ein in Frage kommender Punkt P auf dem Grafen von f liegen muss.
- Bestimmen Sie das Minimum der Funktion $a(x,y)$ unter der Nebenbedingung $g(x,y) = 0$.

13.3 Betrachten Sie eine kreiszylinderförmige Konservendose, welche das Volumen von 1.00 Liter fassen soll.

Bestimmen Sie mit Hilfe eines Lagrange-Multiplikators die optimale Kombination aus Radius und Höhe, welche die Herstellung der Dose mit möglichst wenig Blech erlaubt.

13.4 * Bearbeiten Sie im Lehrbuch Papula 2 die folgenden Aufgaben:
25, 26, 27, 28, 29, 30 (Seiten 335 und 336)

13.5 Führen Sie in Moodle den Test 13 durch.

Lehrbuch Papula 2

-