

Aufgaben 13 Funktionen mehrerer Variablen Globale Extrema, Lokale Extrema unter Nebenbedingungen

Lernziele

- das globale Maximum und das globale Minimum einer Funktion von zwei Variablen auf einem Gebiet bestimmen können.
- lokale Extrema einer Funktion von zwei Variablen mit Hilfe eines Lagrange-Multiplikators bestimmen können.

Aufgaben

- 13.1 Bestimmen Sie das globale Maximum und das globale Minimum (Stellen und Funktionswerte) der Funktion f auf dem Gebiet G .
- a) $f(x,y) = xy$
 $G = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x + y \leq 2 \wedge 0 \leq x \leq 2 \wedge 0 \leq y \leq 2\}$
- b) $f(x,y) = 2x^2 + 2y^2 + 2xy + 4x - y$
 $G = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \leq x + 3 \wedge x \leq 0 \wedge y \geq 0\}$
- c) $f(x,y) = (x - 1)^2 + (y - 1)^2 - x + 1$
 $G = \text{Dreieck mit den Eckpunkten } (0|0), (4|0) \text{ und } (0|2)$
- 13.2 Betrachten Sie den Grafen der Funktion f mit $f(x) = x^2$.
Bestimmen Sie mit Hilfe eines Lagrange-Multiplikators diejenigen Punkte P auf dem Grafen von f , welche am nächsten beim Punkt $Q(0|2)$ liegen.
Hinweise:
- Finden Sie eine Funktion $a(x,y)$, welche den Abstand eines allgemeinen Punktes $P(x|y)$ vom Punkt Q angibt.
- Die Nebenbedingung $g(x,y) = 0$ ergibt sich daraus, dass ein in Frage kommender Punkt P auf dem Grafen von f liegen muss.
- Bestimmen Sie das Minimum der Funktion $a(x,y)$ unter der Nebenbedingung $g(x,y) = 0$.
- 13.3 Betrachten Sie eine kreiszylinderförmige Konservendose, welche das Volumen von 1.00 Liter fassen soll.
Bestimmen Sie mit Hilfe eines Lagrange-Multiplikators die optimale Kombination aus Radius und Höhe, welche die Herstellung der Dose mit möglichst wenig Blech erlaubt.
- 13.4 * Bearbeiten Sie im Lehrbuch Papula 2 die folgenden Aufgaben:
25, 26, 27, 28, 29, 30 (Seiten 335 und 336)
- 13.5 Führen Sie in Moodle den [Test 13](#) durch.

Lehrbuch Papula 2

-

Lösungen

13.1 ...

13.2 ...

13.3 ...

13.4 * (siehe Lehrbuch Papula 2, Seiten 730 bis 732)

13.5 -