

Berufsmaturaprüfung vom 17./18. Juni 2002

Name _____ Vorname _____

Dauer: 90 Minuten

Hilfsmittel:

- Formelsammlung Algebra (vorgegebenes Blatt)
- Formelsammlung Geometrie (vorgegebenes Blatt)
- Taschenrechner

Bemerkungen:

- Der ganze Lösungsweg muss bei jeder Aufgabe klar ersichtlich sein.
- Es wird auf eine sorgfältige und übersichtliche Darstellung Wert gelegt.
- Jede Aufgabe muss auf einem neuen Lösungsblatt begonnen werden.

Bewertung: Jede Aufgabe wird mit einer ganzzahligen Punktzahl bewertet.

1. In einem Garten soll ein Baum gepflanzt werden. Der Garten ist auf der einen Seite mit einer geraden Mauer der Länge a begrenzt.

Der Ort des Baumes soll so gewählt werden, dass man von dort aus die Gartenmauer unter einem Winkel erblickt. Zudem soll der Baum eine Distanz b vom linken Ende der Gartenmauer haben.

- a) Sie sollen nun mit einer Konstruktionsskizze und einem Konstruktionsplan angeben, wie man in einer zweidimensionalen Zeichnung die Lage des Baumes konstruieren müsste.

Gehen Sie davon aus, dass die Gartenmauer bereits als Strecke der Länge a gezeichnet ist, und dass a und b bekannte Grössen sind.

Die eigentliche Konstruktion müssen Sie nicht ausführen. Konstruktionsskizze und Konstruktionsplan genügen.

Für den Konstruktionsplan können Sie Kurzformen wie "Thaleskreis über PQ", " m_{PQ} ", " a in P an g ", "Tangente an k in P" usw. verwenden.

5 Punkte

- b) Die Länge a der Gartenmauer und der Winkel α , unter welchem man die Mauer vom Baum aus erblicken soll, sind gegeben durch

$$a = 25 \text{ m} \\ \alpha = 30^\circ$$

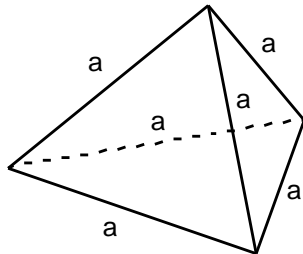
Der Ort des Baumes hängt nun noch ab von der Vorgabe der Distanz b des Baumes vom linken Ende der Gartenmauer.

Bestimmen Sie alle möglichen Werte für b , damit es für den Ort des Baumes genau eine Möglichkeit gibt.

5 Punkte

Name _____ Vorname _____

2. Gegeben sei ein gleichseitiger Tetraeder ABCD mit der Kantenlänge a . Dies ist eine Pyramide, bei der alle vier Flächen ein gleichseitiges Dreieck mit Seitenlänge a bilden:



Die Grundfläche des Tetraeders liege so auf der x - y -Ebene, dass die Ecke A auf der x -Achse und die Spitze D auf der z -Achse liegt. Die Kantenlänge a sei bekannt.

- a) Bestimmen Sie die Koordinaten der Punkte A, B, C und D.
Drücken Sie die Koordinaten durch die bekannte Kantenlänge a aus.

5 Punkte

- b) Die Koordinaten der Punkte A, B, C und D seien nun bekannt.

Ein Lichtstrahl treffe so auf die verspiegelte Aussenseite der Fläche ABD auf, dass er dort in sich selber reflektiert werde.

Nehmen Sie nun an, Sie müssten die Richtung dieses Lichtstrahles angeben. Wie würden Sie vorgehen?

Erstellen Sie eine Anleitung dafür, wie man die Richtung des Lichtstrahls bestimmen müsste.

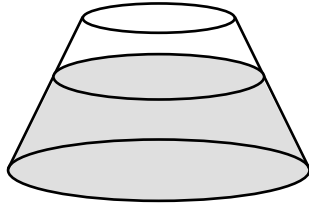
In Ihrer Anleitung sollten die einzelnen Vorgehensschritte in Stichworten oder ganzen deutschen Sätzen aufgeführt sein. Zudem sollte die Anleitung so detailliert und verständlich sein, dass eine Kollegin oder ein Kollege Ihrer Klasse in der Lage wäre, mit Hilfe Ihrer Anleitung die Richtung des Lichtstrahls zu bestimmen.

Sie sollen also die Richtung nicht wirklich bestimmen, sondern lediglich erklären, wie Sie sie bestimmen würden.

5 Punkte

Name _____ Vorname _____

3. Ein Erlenmeyer (Gefäß der Form eines geraden Kegelstumpfes) mit Grundkreisradius 5.7 cm sei bis zu einer Höhe von 3.2 cm mit Wasser gefüllt. Der Durchmesser des Wasserspiegels (oben) sei 4 cm.

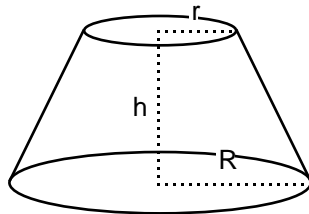


Nun legt man eine Goldkugel in das Wasser, worauf der Wasserspiegel steigt, bis der neue Durchmesser des Wasserspiegels noch 3 cm beträgt.

- a) Um wieviel ist der Pegelstand des Wassers gestiegen?

5 Punkte

- b) Leiten Sie eine Formel her, die es erlaubt, das Volumen eines geraden Kegelstumpfes allgemein aus dessen Grundkreisradius R , Deckkreisradius r und Höhe h zu bestimmen.



Zur Herleitung dieser Formel dürfen aus der Stereometrie lediglich die folgenden Formeln verwendet werden (V = Volumen, A_G = Grundfläche, h = Höhe, r = Radius):

$$V_{\text{Prisma}} = A_G \cdot h$$

$$V_{\text{Zylinder}} = A_G \cdot h$$

$$V_{\text{Pyramide}} = \frac{1}{3} \cdot A_G \cdot h$$

$$V_{\text{Kegel}} = \frac{1}{3} \cdot A_G \cdot h$$

$$V_{\text{Kugel}} = \frac{4}{3} \cdot r^3$$

5 Punkte

Name _____ Vorname _____

4. Sie sind Vermessungsingenieur(in) und sollen die Höhe eines Berggipfels über Meer bestimmen. Es stehen Ihnen dabei die folgenden Messdaten zur Verfügung:

h_1 = Meereshöhe eines ersten Messpunktes

α_1 = Höhenwinkel, unter welchem man vom ersten Messpunkt aus den Gipfel des Berges erblickt

h_2 = Meereshöhe eines zweiten Messpunktes

α_2 = Höhenwinkel, unter welchem man vom zweiten Messpunkt aus den Gipfel des Berges erblickt

d = Distanz der beiden Messpunkte

α = Sehwinkel, unter welchem man vom Berggipfel aus die beiden Messpunkte erblickt

- a) Stellen Sie ein Gleichungssystem auf, mit welchem man die gesuchte Höhe bestimmen kann.

Als Ingenieur(in) brauchen Sie sich nicht um das Auflösen des Gleichungssystems zu kümmern. Das besorgt ein Mitarbeiter oder der Computer.

Sie sollen das Gleichungssystem also lediglich aufstellen, jedoch nicht auflösen.

Das Umformen von Gleichungen des Gleichungssystems sowie das Auflösen des Gleichungssystems soll also ausdrücklich nicht vorgenommen werden.

5 Punkte

- b) Andreas, Bruno, Christian und Daniel streiten sich über die folgende Situation:

Angenommen, der Berg stehe immer noch am gleichen Ort, aber der Höhenunterschied zwischen dem zweiten Vermessungspunkt und dem Berggipfel wäre doppelt so gross wie in Wirklichkeit.

Andreas sagt: "Dann müsste der Höhenwinkel, unter welchem der Berggipfel vom Vermessungspunkt aus erscheint, doppelt so gross sein."

Bruno sagt: "Nein. Es ist der Sinus des Höhenwinkels, welcher doppelt so gross würde."

Christian: "Alles Quatsch. Der Cosinus des Höhenwinkels würde doppelt so gross werden."

Daniel meint: "Nach meiner Meinung ist es der Tangens des Höhenwinkels, der den doppelten Wert hätte."

Beurteilen Sie mit vollständiger Begründung, welche der vier Meinungen richtig ist/sind.

5 Punkte