Übung 14 Stereometrie Volumenberechnung

Lernziel

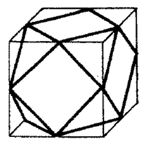
- stereometrische Problemstellungen lösen können.

Aufgaben

Erstellen Sie bei jeder Aufgabe zuerst ein Gleichungssystem, welches die gesuchte Grösse als Unbekannte enthält. Lösen Sie dann das Gleichungssystem auf.

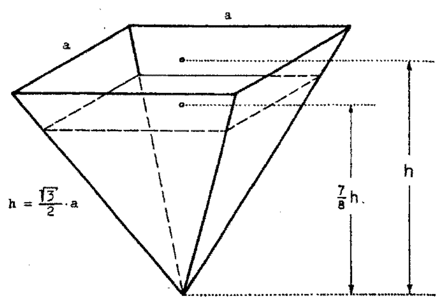
1. In einem Würfel mit der bekannten Kantenlänge a werden alle Ecken abgeschnitten.

   Bestimmen Sie das Volumen des Restkörpers.



2. Ein Gefäss hat die Form einer geraden quadratischen Pyramide und ist bis zu 7/8 der Höhe h mit Wasser gefüllt.

   Bestimmen Sie den Radius r einer Kugel derart, dass bei ihrem vollständigen Eintauchen ins Wasser der Spiegel gerade bis zum Gefässrand, d.h. bis zur Höhe h steigt.



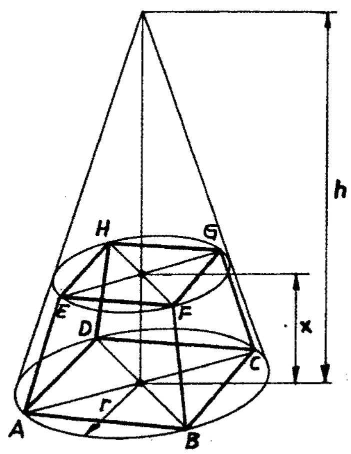
3. Von einem geraden Kreiskegel kennt man den Grundkreisradius a. Diesem Kreiskegel soll ein gerades Prisma mit der Höhe a einbeschrieben werden, welches als Grundfläche ein gleichseitiges Dreieck mit der Seite a hat.

   Bestimmen Sie das Volumenverhältnis $V_{Prisma} : V_{Kegel}$

4. Gegeben ist ein gerader Kreiskegel mit Höhe h und Grundkreisradius r.

   Der gerade Pyramidenstumpf ABCDEFGH besitzt als Grundfläche das Sehnenquadrat ABCD sowie die Höhe x. Die anderen Ecken E, F, G und H liegen auf der Mantelfläche des Kegels.

   Bestimmen Sie x so, dass das Volumen des Pyramidenstumpfes halb so gross ist wie das Kegelvolumen.



Lösungen

1. $V = \frac{5}{6} a^3$

2. $r = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{3}}{8\pi}\left(1-\left(\frac{7}{8}\right)^3\right)} \cdot a = 0.28... \cdot a$

3. $V_{Prisma} : V_{Kegel} = \frac{3\left(\sqrt{3} - 1\right)}{4\pi} = 0.174...$

4. $x = \left(1 - \sqrt[3]{1 - \frac{\pi}{4}}\right) \cdot h$