

Übung 4 Abbildungen Allgemeine Beispiele, Funktion

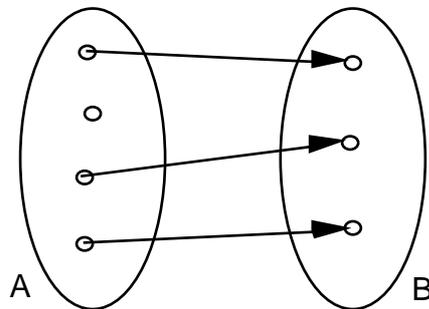
Lernziele

- verstehen, was eine Abbildung ist.
- beurteilen können, ob eine gegebene Zuordnung eine Abbildung ist oder nicht.
- den Bildbereich einer gegebenen Abbildung bestimmen können.
- verstehen, was eine Funktion ist.
- beurteilen können, ob eine gegebene Zuordnung eine Funktion ist oder nicht.
- Funktionswerte vorgegebener Funktionen bestimmen können.

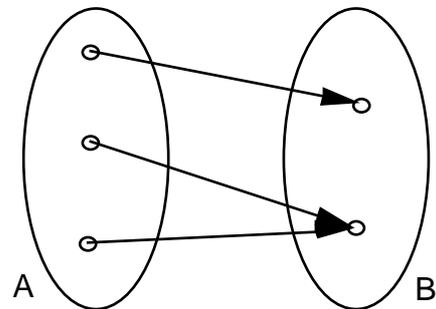
Aufgaben

1. Beurteilen Sie mit Begründung, welche der folgenden Zuordnungen eine Abbildung $A \rightarrow B$ ist:

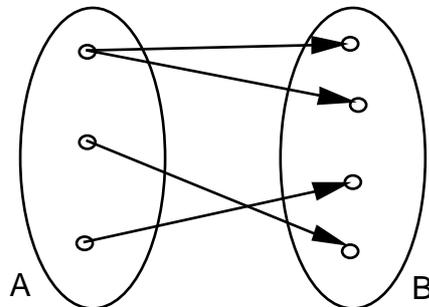
a)



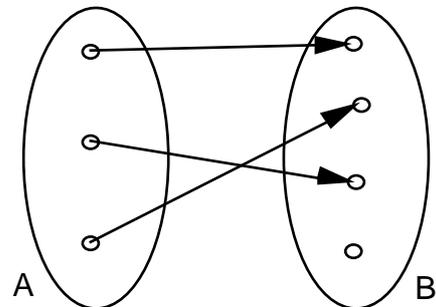
b)



c)



d)



- e) $A =$ Menge aller Häuser, $B =$ Menge aller ArchitektInnen
 $f: A \rightarrow B, h \mapsto a = f(h) =$ ArchitektIn von h
- f) $A =$ Menge aller Vereine in der Schweiz, $B =$ Menge aller SchweizerInnen
 $p: A \rightarrow B, x \mapsto y = p(x) =$ PräsidentIn von x
- g) $A = \{1971, 1972, \dots, 1980, 1981\}$
 $B =$ Menge aller 20- bis 30-jährigen Menschen
 $f: A \rightarrow B, j \mapsto m = f(j) =$ Mensch mit Jahrgang j
- h) $A =$ Menge aller 20- bis 30-jährigen Menschen
 $B = \{1971, 1972, \dots, 1980, 1981\}$
 $j: A \rightarrow B, m \mapsto j = j(m) =$ Jahrgang von Mensch m

2. Gegeben sind die Mengen A und B.
Machen Sie einen Vorschlag für eine Abbildung $A \rightarrow B$.
- a) $A =$ Menge aller Tage des Jahres 2001
 $B = \mathbb{R}$
 - b) $A =$ Menge aller Schweizer Firmen
 $B =$ Menge aller Schweizer Kantone
 - c) $A =$ Menge aller Vierecke
 $B =$ Menge aller Dreiecke
3. Bestimmen Sie die Bildmenge W der folgenden Abbildungen:
- a) $A = \{\text{Januar, Februar, März, ..., Dezember}\}$
 $B = \{A, B, C, \dots, Z\}$
 $f: A \rightarrow B, m \mapsto b = f(m) =$ Anfangsbuchstabe des Monats m
 - b) $A =$ Menge aller Nachbarländer der Schweiz
 $B =$ Menge aller europäischen Städte
 $h: A \rightarrow B, n \mapsto s = h(n) =$ Hauptstadt des Nachbarlandes n
 - c) $A =$ Menge aller 3-komponentigen Vektoren
 $B = \mathbb{R}$
 $b: A \rightarrow B, a \mapsto a = b(a) =$ Betrag des Vektors a
4. Beurteilen Sie mit Begründung, welche der folgenden Zuordnungen eine Funktion ist:
- a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = f(x) = x^2$
 - b) $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = f(x) =$ Zahl, welche quadriert gleich x ergibt
 - c) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, x \mapsto y = f(x) =$ Teiler von x
5. Gegeben sind die Mengen A und B.
Machen Sie einen Vorschlag für eine Funktion $A \rightarrow B$.
- a) $A = \{-3, 1, 4, 7, 11, 14\}$
 $B = \{-6, 2, 8, 14, 22, 28\}$
 - b) $A = \mathbb{R}^-$
 $B = \mathbb{R}^+$
6. Bestimmen Sie die Bildmenge W der Funktion f aus der Aufgabe 4a).
7. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x)$
- a) $f(x) = x^3 - x$
 - b) $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$
- Bestimmen Sie jeweils die folgenden Funktionswerte:
- i) $f(0)$
 - ii) $f(1)$
 - iii) $f(-1)$
 - iv) $f(a)$
 - v) $f(x+a)$
 - vi) $f(3-f(-3))$

Lösungen

1.

a)	Zuordnung nicht definiert für alle $a \in A$	keine Abbildung
b)	Zuordnung eindeutig definiert für alle $a \in A$	Abbildung
c)	Zuordnung nicht eindeutig	keine Abbildung
d)	Zuordnung eindeutig definiert für alle $a \in A$	Abbildung
e)	f nicht definiert für alle $h \in A$	keine Abbildung
f)	p nicht definiert für alle $x \in A$	keine Abbildung
g)	f nicht eindeutig	keine Abbildung
h)	j eindeutig definiert für alle $m \in A$	Abbildung

2.

a)	m: $A \rightarrow B$, $d \in T = m(d) =$ Maximaltemperatur in Chur am Tage d	
b)	s: $A \rightarrow B$, $f \in k = s(f) =$ Kanton, an welchen f die meisten Steuern zahlen muss	
c)	f: $A \rightarrow B$, $v \in d = f(v) =$ gleichseitiges Dreieck mit gleichem Flächeninhalt wie v	

3.

a)	W = {A, D, F, J, M, N, O, S}
b)	W = {Berlin, Wien, Vaduz, Rom, Paris}
c)	W = B

4.

a)	f eindeutig definiert für alle $x \in \mathbb{R}$	Funktion
b)	f nicht eindeutig	keine Funktion
c)	f nicht eindeutig	keine Funktion

5.

a)	f: $A \rightarrow B$, $x \in y = f(x) = 2x$
b)	f: $A \rightarrow B$, $x \in y = f(x) = -x$

6. $W = \mathbb{R}_0^+$

7.

a)	i) $f(0) = 0^3 - 0 = 0$	ii) $f(1) = 1^3 - 1 = 0$
	iii) $f(-1) = (-1)^3 - (-1) = 0$	iv) $f(a) = a^3 - a$
	v) $f(x+a) = (x+a)^3 - (x+a)$	
	vi) * $f(3-f(-3)) = f(3 - ((-3)^3 - (-3))) = f(3 - (-24)) = f(27) = 27^3 - 27 = 19'656$	
b)	i) $f(0) = \frac{0^2}{0+1} = 0$	ii) $f(1) = \frac{1^2}{1+1} = \frac{1}{2}$
	iii) $f(-1) = \frac{(-1)^2}{-1+1}$ nicht definiert	iv) $f(a) = \frac{a^2}{a+1}$
	v) $f(x+a) = \frac{(x+a)^2}{x+a+1}$	
	vi) * $f(3-f(-3)) = f\left(3 - \frac{(-3)^2}{-3+1}\right) = f\left(3 - \left(-\frac{9}{2}\right)\right) = f\left(\frac{15}{2}\right) = \frac{\left(\frac{15}{2}\right)^2}{\frac{15}{2} + 1} = \frac{225}{34}$	