

## Übung 4                      Abbildungen Allgemeine Beispiele, Funktion

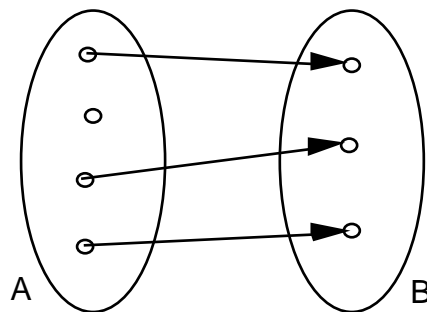
### Lernziele

- verstehen, was eine Abbildung ist.
- beurteilen können, ob eine gegebene Zuordnung eine Abbildung ist oder nicht.
- den Bildbereich einer gegebenen Abbildung bestimmen können.
- verstehen, was eine Funktion ist.
- beurteilen können, ob eine gegebene Zuordnung eine Funktion ist oder nicht.
- Funktionswerte vorgegebener Funktionen bestimmen können.

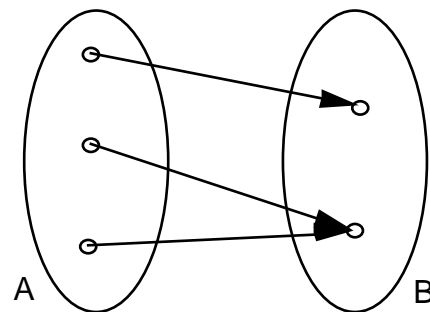
### Aufgaben

1. Beurteilen Sie mit Begründung, welche der folgenden Zuordnungen eine Abbildung  $A \rightarrow B$  ist:

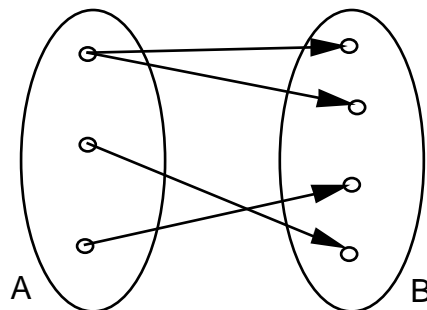
a)



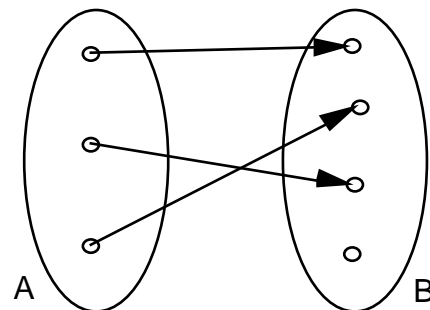
b)



c)



d)



- e)  $A =$  Menge aller Häuser,  $B =$  Menge aller ArchitektInnen  
 $f: A \rightarrow B, h \mapsto a = f(h) =$  ArchitektIn von  $h$
- f)  $A =$  Menge aller Vereine in der Schweiz,  $B =$  Menge aller SchweizerInnen  
 $p: A \rightarrow B, x \mapsto y = p(x) =$  PräsidentIn von  $x$
- g)  $A = \{1971, 1972, \dots, 1980, 1981\}$   
 $B =$  Menge aller 20- bis 30-jährigen Menschen  
 $f: A \rightarrow B, j \mapsto m = f(j) =$  Mensch mit Jahrgang  $j$
- h)  $A =$  Menge aller 20- bis 30-jährigen Menschen  
 $B = \{1971, 1972, \dots, 1980, 1981\}$   
 $j: A \rightarrow B, m \mapsto j = j(m) =$  Jahrgang von Mensch  $m$

2. Gegeben sind die Mengen A und B.  
Machen Sie einen Vorschlag für eine Abbildung  $A \rightarrow B$ .
- a)  $A =$  Menge aller Tage des Jahres 2001  
 $B = \mathbb{R}$
  - b)  $A =$  Menge aller Schweizer Firmen  
 $B =$  Menge aller Schweizer Kantone
  - c)  $A =$  Menge aller Vierecke  
 $B =$  Menge aller Dreiecke
3. Bestimmen Sie die Bildmenge W der folgenden Abbildungen:
- a)  $A = \{\text{Januar, Februar, März, ..., Dezember}\}$   
 $B = \{A, B, C, \dots, Z\}$   
 $f: A \rightarrow B, m \mapsto b = f(m) =$  Anfangsbuchstabe des Monats m
  - b)  $A =$  Menge aller Nachbarländer der Schweiz  
 $B =$  Menge aller europäischen Städte  
 $h: A \rightarrow B, n \mapsto s = h(n) =$  Hauptstadt des Nachbarlandes n
  - c)  $A =$  Menge aller 3-komponentigen Vektoren  
 $B = \mathbb{R}$   
 $b: A \rightarrow B, a \mapsto a = b(a) =$  Betrag des Vektors a
4. Beurteilen Sie mit Begründung, welche der folgenden Zuordnungen eine Funktion ist:
- a)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = f(x) = x^2$
  - b)  $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y = f(x) =$  Zahl, welche quadriert gleich x ergibt
  - c)  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, x \mapsto y = f(x) =$  Teiler von x
5. Gegeben sind die Mengen A und B.  
Machen Sie einen Vorschlag für eine Funktion  $A \rightarrow B$ .
- a)  $A = \{-3, 1, 4, 7, 11, 14\}$       b)  $A = \mathbb{R}^-$   
 $B = \{-6, 2, 8, 14, 22, 28\}$        $B = \mathbb{R}^+$
6. Bestimmen Sie die Bildmenge W der Funktion f aus der Aufgabe 4a).
7. Gegeben ist die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x)$
- a)  $f(x) = x^3 - x$       b)  $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$
- Bestimmen Sie jeweils die folgenden Funktionswerte:
- i)  $f(0)$       ii)  $f(1)$       iii)  $f(-1)$
  - iv)  $f(a)$       v)  $f(x+a)$       vi)  $f(3-f(-3))$

**Lösungen**

1.
 

a)	Zuordnung nicht definiert für alle $a \in A$	keine Abbildung
b)	Zuordnung eindeutig definiert für alle $a \in A$	Abbildung
c)	Zuordnung nicht eindeutig	keine Abbildung
d)	Zuordnung eindeutig definiert für alle $a \in A$	Abbildung
e)	$f$ nicht definiert für alle $h \in A$	keine Abbildung
f)	$p$ nicht definiert für alle $x \in A$	keine Abbildung
g)	$f$ nicht eindeutig	keine Abbildung
h)	$j$ eindeutig definiert für alle $m \in A$	Abbildung
  
2.
 

a)	m: $A \rightarrow B$ , $d \in T = m(d) = \text{Maximaltemperatur in Chur am Tage } d$	
b)	s: $A \rightarrow B$ , $f \in k = s(f) = \text{Kanton, an welchen } f \text{ die meisten Steuern zahlen muss}$	
c)	f: $A \rightarrow B$ , $v \in d = f(v) = \text{gleichseitiges Dreieck mit gleichem Flächeninhalt wie } v$	
  
3.
 

a)	$W = \{A, D, F, J, M, N, O, S\}$
b)	$W = \{\text{Berlin, Wien, Vaduz, Rom, Paris}\}$
c)	$W = B$
  
4.
 

a)	f eindeutig definiert für alle $x \in \mathbb{R}$	Funktion
b)	f nicht eindeutig	keine Funktion
c)	f nicht eindeutig	keine Funktion
  
5.
 

a)	f: $A \rightarrow B$ , $x \in y = f(x) = 2x$
b)	f: $A \rightarrow B$ , $x \in y = f(x) = -x$
  
6.  $W = \mathbb{R}_0^+$
  
7.
 

a)	i) $f(0) = 0^3 - 0 = 0$	ii) $f(1) = 1^3 - 1 = 0$
	iii) $f(-1) = (-1)^3 - (-1) = 0$	iv) $f(a) = a^3 - a$
	v) $f(x+a) = (x+a)^3 - (x+a)$	
	vi) * $f(3-f(-3)) = f(3 - ((-3)^3 - (-3))) = f(3 - (-24)) = f(27) = 27^3 - 27 = 19'656$	
b)	i) $f(0) = \frac{0^2}{0+1} = 0$	ii) $f(1) = \frac{1^2}{1+1} = \frac{1}{2}$
	iii) $f(-1) = \frac{(-1)^2}{-1+1}$ nicht definiert	iv) $f(a) = \frac{a^2}{a+1}$
	v) $f(x+a) = \frac{(x+a)^2}{x+a+1}$	
	vi) * $f(3-f(-3)) = f\left(3 - \frac{(-3)^2}{-3+1}\right) = f\left(3 - \left(-\frac{9}{2}\right)\right) = f\left(\frac{15}{2}\right) = \frac{\left(\frac{15}{2}\right)^2}{\frac{15}{2} + 1} = \frac{225}{34}$	