

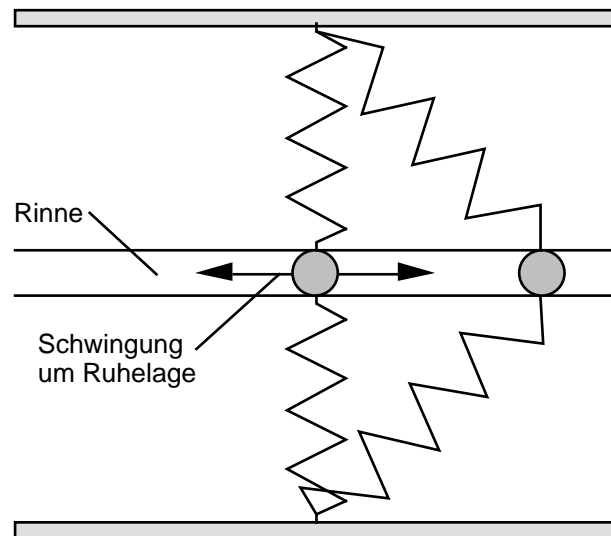
Übung 2 Schwingungen und Wellen (2)

Lernziel

- Problemstellungen zu Schwingungen und Wellen analysieren und lösen können.

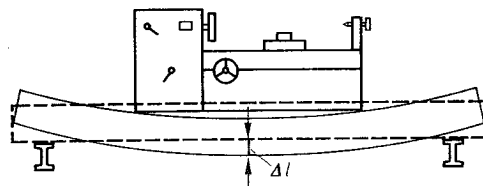
Aufgaben

1. Eine Kugel kann sich in einer Rinne reibungsfrei horizontal hin und her bewegen und ist über zwei identische Federn mit zwei seitlichen Wänden verbunden:



Beurteilen Sie mit schlüssiger Begründung, ob die Kugel eine harmonische Schwingung ausführt, wenn man sie aus ihrer Gleichgewichtslage auslenkt und loslässt.

2. Eine Drehmaschine, die eine Masse von 2000 kg hat, biegt das auf zwei Trägern ruhende Fundament um 0.5 mm durch:



Bestimmen Sie die Eigenfrequenz der gesamten Anordnung. Nehmen Sie dabei an, dass das Fundament eine wirksame Masse von 1500 kg besitzt.

3. Eine fortschreitende, lineare Welle kann mathematisch durch die Funktion y beschrieben werden:

$$y: \quad \begin{array}{ll} \mathbb{R}^2 & \mathbb{R} \\ (x,t) & y = y(x,t) \end{array}$$

y ist eine Funktion mit zwei Variablen. Sie ordnet den beiden reellen Grössen x (Ort) und t (Zeit) die reelle Grösse y (Elongation) zu. Die Funktion drückt aus, wie gross die Elongation y eines Teilchens an einem bestimmten Ort x und zu einem bestimmten Zeitpunkt t ist.

(Fortsetzung auf Seite 2)

Erfolgt die Anregung der Welle harmonisch, ergibt sich eine **harmonische Welle** mit der folgenden Funktionsgleichung:

$$y(x,t) = \hat{y} \sin(\omega t - kx) \quad \text{wobei: } \hat{y} := \text{Amplitude}$$
$$\omega := \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad \text{Kreisfrequenz}$$
$$k := \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{Wellenzahl}$$

Gegeben seien die Amplitude \hat{y} , die Frequenz f und die Ausbreitungsgeschwindigkeit c der harmonischen Welle:

$$\hat{y} = 20 \text{ cm} \quad f = 0.40 \text{ Hz} \quad c = 0.50 \text{ m/s}$$

- a) Bestimmen Sie die Elongation y am Ort x zum Zeitpunkt t
- i) $x = 0 \text{ cm}$ $t = 0 \text{ s}$
 - ii) $x = 40 \text{ cm}$ $t = 1.0 \text{ s}$
- b) Bestimmen Sie alle Stellen x , an welchen sich zum Zeitpunkt t ein Wellenberg befindet.
- i) $t = 0 \text{ s}$
 - ii) $t = 1 \text{ s}$

4. Ein Auto fährt geradlinig auf ein Polizei-Radargerät zu.

Das Radargerät sendet eine Radarwelle der Frequenz f in Richtung des Autos aus. Die Welle wird vom Auto reflektiert und gelangt wieder zum Radargerät zurück. Das Radargerät registriert die Frequenz f_R der reflektierten Welle und vergleicht sie mit der Frequenz f der ausgesendeten Welle.

Bestimmen Sie aus den Frequenzen f und f_R die Geschwindigkeit v des Autos.

Lösungen

1. $F \neq y$
keine harmonische Schwingung

2. $f_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{D}{m}} = 17 \text{ Hz}$

3. a) i) $y(0 \text{ m}, 0 \text{ s}) = 0 \text{ cm}$
ii) $y(0.4 \text{ m}, 1.0 \text{ s}) = 0.096 \text{ m} = 9.6 \text{ cm}$
b) i) $x = \frac{3}{4} + n \cdot (n \text{ Z}) = \dots, -0.31 \text{ m}, 0.94 \text{ m}, 2.19 \text{ m}, \dots$
ii) Da die Frequenz 0.4 Hz beträgt, schreitet die Welle in 1 Sekunde 0.4 Wellenlängen fort, d.h. die Wellenberge sind gegenüber i) um 0.4 Wellenlängen verschoben.
 $x = \left(\frac{3}{4} + 0.4\right) + n \cdot (n \text{ Z}) = \dots, 0.19 \text{ m}, 1.44 \text{ m}, 2.69 \text{ m}, \dots$

4. Das Radargerät sendet eine Radarwelle der Frequenz f aus (ruhender Sender).
Das Auto empfängt eine Welle der Frequenz f_1 (bewegter Empfänger).
Das Auto reflektiert eine Welle der Frequenz f_1 (bewegter Sender).
Das Radargerät empfängt eine Welle der Frequenz f_R (bewegter Empfänger).

$$f_1 = f \cdot \left(1 + \frac{v}{v_{Ph}}\right)$$

$$f_R = \frac{f_1}{1 - \frac{v}{v_{Ph}}}$$

$$v = v_{Ph} \cdot \frac{f_R - f}{f_R + f}$$